

## Üslü ifadeler ve Denklemler

**Üslü İfadenin Tanımı:**  $n$  pozitif tam sayı ve  $a$  gerçekte sayı olmak üzere,  $a$  sayısının kendisiyle  $n$  defa çarpılmasına  **$a$  nın  $n$  inci kuvveti** denir ve  $a^n$  biçiminde yazılır.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ tane}} = a^n$$

$a^n$  ifadesine üslü sayı,  $a$  ya **taban**,  $n$  ye de **üs** veya **kuvvet** denir.

## Örneğin;

$$\rightarrow 4.4.4.4.4 = 4^5$$

$$\rightarrow (-3).(-3).(-3).(-3) = (-3)^4$$

$$\rightarrow (x + 1).(x + 1)(x + 1) = (x + 1)^3$$

$$\rightarrow \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdots \frac{1}{2}}_{7 \text{ tane}} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$\rightarrow (-x).(-x).(-x).(-x).(-x) = (-x)^5$$

$$\rightarrow \underbrace{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a} \cdots \frac{1}{a}}_{b \text{ tane}} = \left(\frac{1}{a}\right)^b$$

**$4^3$  ifadesinin eşitini bulalım:**

$4^3$  ifadesinde 4 sayısına taban, 3 sayısına üs denir.

Bu durumda,  $4^3$  ifadesi 3 tane 4 ün çarpımı demektir.  
Buna göre,

$$4^3 = \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4}_{3 \text{ tane}} = 64 \text{ olur.}$$

$\left(\frac{5}{7}\right)^2$  ifadesinin eşitini bulalım.

## Çözüm

$\left(\frac{5}{7}\right)^2$  ifadesi 2 tane  $\left(\frac{5}{7}\right)$  nin çarpımı demektir. Buna göre,

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{25}{49} \text{ olur.}$$

2 tane

## Örnek

$$\frac{3^4 - 2^4}{3^2 + 2^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?



## Çözüm

$$\frac{3^4 - 2^4}{3^2 + 2^2} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 + 2 \cdot 2}$$

$$= \frac{81 - 16}{9 + 4}$$

$$= \frac{65}{13}$$

$$= 5 \text{ olur.}$$

## Üslü Sayıların Özellikleri



$a > 0$  olmak üzere,  $a^0 = 1$  dir.  
 $0^0$  tanımsızdır.

**Örneğin;**

$$\left(-\frac{4}{5}\right)^0 = 1, \quad (2013)^0 = 1, \quad (\sqrt{3})^0 = 1$$

Örnek

$$\frac{5^3 - 2^0}{2^3 - 2^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?



$$\frac{5^3 - 2^0}{2^3 - 2^2} = \frac{125 - 1}{8 - 4} = \frac{124}{4} = 31 \text{ dir.}$$



$$(a^n)^m = (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

**Örneğin;**

$$\rightarrow (3^5)^4 = 3^{20}$$

$$\rightarrow (25)^3 = (5^2)^3 = 5^6$$

$$\rightarrow \left[ \left( \frac{1}{3} \right)^{-2} \right]^{-4} = \left( \frac{1}{3} \right)^8$$

$$\rightarrow (x^{-2})^{y+1} = x^{-2y-2}$$

## Örnek

$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^2$  ifadesinin eşitini bulalım.

## Çözüm

$$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{3 \cdot 2}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{64}$$



$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

**Örneğin;**


$$\rightarrow 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$$


$$\rightarrow (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$$

$$\rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27$$

**Aşağıdaki eşitlikleri inceleyelim:**

  $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

  $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{8}$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{1}\right)^3 = 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

Örnek

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{25}{16}$$

**Örnek**

$$3^{-1} - 3^{-2}$$

**işleminin sonucunu bulalım.**



## Çözüm

$$3^{-1} - 3^{-2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

Örnek

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + \frac{3^{-2}}{2^{-1}}$$

**işleminin sonucunu bulalım.**

## Çözüm

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + \frac{3^{-2}}{2^{-1}} &= \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{2^1}{3^2} \\ &= \frac{16}{9} + \frac{2}{9} \\ &= \frac{18}{9} \\ &= 2\end{aligned}$$

## Örnek

$$\frac{2^{-1} + 3^{-1}}{5^1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$$

işleminin sonucu kaçtır?



## Çözüm

$$\begin{aligned}\frac{2^{-1} + 3^{-1}}{5^1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{5} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \\ &= \frac{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}}{5} \cdot \frac{4}{9} \\ &= \frac{\frac{5}{6}}{5} \cdot \frac{4}{9} \\ &= \left(\frac{\cancel{5}}{6} \cdot \frac{1}{\cancel{5}}\right) \cdot \frac{4}{9} \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{9} \\ &= \frac{2}{27} \text{ olur.}\end{aligned}$$

Örnek  $\frac{-2^{-3} \cdot (-5)^0}{-3^{-2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{-2^{-3} \cdot (-5)^0}{-3^{-2}} = \frac{-\frac{1}{2^3} \cdot 1}{-\frac{1}{3^2}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{9}} = \frac{9}{8} \text{ dir.}$$



Pozitif gerçek sayıların bütün kuvvetleri pozitiftir. Negatif sayıların ise tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri pozitiftir.

### Örneğin;

$$\rightarrow 2^3 = 2.2.2. = 8 > 0$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{81} > 0$$

$$\rightarrow (-2)^3 = (-2).(-2).(-2) = -8 < 0$$

$$\rightarrow (-3)^2 = (-3).(-3) = 9 > 0$$





## UYARI


$$-2^2 = -4$$


$(-2)^2 = 4$  olduğundan  $-2^2 \neq (-2)^2$  olduğuna dikkat ediniz.


$$-2^3 = -8$$

$(-2)^3 = -8$  olduğundan  $-2^3 = (-2)^3$  olduğuna dikkat ediniz.

**Aşağıdaki eşitlikleri inceleyelim:**

  $(-5)^1 = -5$

  $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$


  $(-1)^5 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$


## Örnek


$\left(-\frac{6}{5}\right)^3$  ifadesinin eşitini bulalım:

$$\left(-\frac{6}{5}\right)^3 = \left(-\frac{6}{5}\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}\right) \cdot \left(-\frac{6}{5}\right) = -\frac{216}{125}$$

**Aşağıdaki eşitlikleri inceleyelim:**


  $(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) = 36$


  $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$


  $(-1)^6 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$




**Aşağıdaki eşitlikleri inceleyelim:**


  $(-8)^2 = (-8) \cdot (-8) = 8^2$


  $(-8)^3 = (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) = -8^3$


  $(-8)^4 = (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) = 8^4$


  $(-8)^5 = (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) = -8^5$

**Aşağıdaki eşitlikleri inceleyelim:**

  $(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$

  $(-5^2)^3 = -5^{2 \cdot 3} = -5^6$

  $(-5^3)^2 = 5^{3 \cdot 2} = 5^6$

  $-(5^3)^2 = -5^{3 \cdot 2} = -5^6$

## Örnek

$$-1^2 + (-2)^3 + (-4)^2$$

işleminin sonucu kaçtır?





## Çözüm

$$-1^2 + (-2)^3 + (-4)^2 = ?$$

$$-1^2 = -1 \cdot 1 = -1$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} -1^2 + (-2)^3 + (-4)^2 &= -1 - 8 + 16 \\ &= 7 \text{ olur.} \end{aligned}$$

## Örnek

$x = -2$  ve  $y = 3$  olmak üzere,

$$x^2 + y^2 - x^y$$

ifadesinin değeri kaçtır?



## Çözüm

$x = -2$  ve  $y = 3$  değerlerini yerine yazalım.

$$(-2)^2 + 3^2 - (-2)^3 = 4 + 9 - (-8)$$

$$= 13 + 8$$

$$= 21 \text{ olur.}$$

## Örnek

$\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^4\right)^5$  ifadesinin eşitini bulalım.

## Çözüm

$$\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^4\right)^5 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{4 \cdot 5} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{20} = \left(\frac{2}{3}\right)^{20}$$

## Örnek

$n$  tam sayı olmak üzere,

$$\frac{(-1)^{2n} + (-1)^{2n-1} + (-1)^{2n}}{(-1)^{4n} + (-1)^{4n-2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

---

$$\frac{(-1)^{2n} + (-1)^{2n-1} + (-1)^{2n}}{(-1)^{4n} + (-1)^{4n-2}} = \frac{1-1+1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

Örnek

$$(-a^{-2})^2 \cdot (-a^2)^3 \cdot a$$

işleminin sonucu kaçtır?



$$(-a^{-2})^2 \cdot (-a^2)^3 \cdot a = a^{-4} \cdot (-a^6) \cdot a$$

$$= -a^{-4+6+1}$$

$$= -a^3 \text{ tür.}$$

## Örnek

$$4^a = x$$

**olduğuna göre,  $64^a$  nın  $x$  türünden eşitini bulalım.**

## Çözüm

$$64^a = (4^3)^a$$

$$= (4^a)^3$$

$$= x^3$$



Üstlü sayılarda toplama ve çıkarma işlemi ortak çarpan parantezine alınarak yapılır.

$$x.a^n + y.a^n - z.a^n = (x + y - z).a^n$$

**Örneğin;**

$$\rightarrow 5.3^4 - 2.3^4 + 4.3^4 = (5 - 2 + 4).3^4 = 7.3^4$$

$$\rightarrow 4.5^7 - 5^7 = (4 - 1).5^7 = 3.5^7$$

$$\rightarrow 2.7^3 - 4.7^3 = (2 - 4).7^3 = -2.7^3$$

## Örnek

$$3 \cdot 5^6 + 5^6$$

**toplaminin sonucunu bulalım.**

## Çözüm

$$3 \cdot 5^6 + 5^6 = (3 + 1) \cdot 5^6 = 4 \cdot 5^6$$

## Örnek

$$6 \cdot 4^3 - 5 \cdot 4^3 + 4^3$$

işleminin sonucu kaçtır?



## Çözüm

$$\begin{aligned}6 \cdot 4^3 - 5 \cdot 4^3 + 4^3 &= (6 - 5 + 1) \cdot 4^3 \\ &= 2 \cdot 4^3 \\ &= 2 \cdot 64 \\ &= 128 \text{ olur.}\end{aligned}$$



## Örnek

$$35 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 + 46 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

**toplaminin sonucunu bulalım.**

## Çözüm

$$35 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 + 46 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = (35 + 46) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$= 81 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$= 81 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{3}$$

## Örnek

**$193 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 - \left(\frac{1}{2}\right)^6$  farkını bulalım:**





Tabanları aynı olan iki üslü sayı çarpılırken üstler toplanır.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$



Üstleri aynı olan iki üslü sayı çarpılırken tabanlar çarpılır.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

**Örneğin;**

$$\rightarrow 3^4 \cdot 3^5 = 3^9$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

$$\rightarrow 2^5 \cdot 3^5 = (2 \cdot 3)^5 = 6^5$$

## Örnek

$2^4 \cdot 2^3$  çarpımının sonucunu bulalım:

$$2^4 \cdot 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ tane}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ tane}} = 2^{4+3} = 2^7$$

## Örnek

$5^6 \cdot 5^9 \cdot 5^{-15}$  çarpımının sonucunu bulalım:

$$5^6 \cdot 5^9 \cdot 5^{-15} = 5^{6+9-15} = 5^0 = 1$$



## Örnek

$$\left(\frac{7}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^{-11} \quad \text{çarpımının sonucunu bulalım:}$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^{-11} = \left(\frac{7}{5}\right)^{6+4-11} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{7}$$

## Örnek

$$3^a = b$$

olduğuna göre,  $3^{4a + 1}$  in  $b$  türünden eşitini bulalım.

## Çözüm

$3^a = b$  ise,

$$\begin{aligned}3^{4a + 1} &= 3^{4a} \cdot 3^1 \\ &= (3^a)^4 \cdot 3 \\ &= 3 \cdot b^4 \text{ olur.}\end{aligned}$$

## Örnek

$2^9 \cdot 5^9$  çarpımının sonucunu bulalım:

$$2^9 \cdot 5^9 = (2 \cdot 5)^9 = 10^9$$

## Örnek

$$\left(-\frac{10}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{-5} \text{ çarpımının sonucunu bulalım:}$$

$$\begin{aligned}\left(-\frac{10}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{-5} &= \left(-\frac{10}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^5 \\ &= \left(-\frac{10}{3} \cdot \frac{6}{5}\right)^5 \\ &= (-4)^5 \\ &= -4^5\end{aligned}$$

## Örnek

$$5^{17} \cdot 7^{17} \cdot 35^{18}$$

**işleminin sonucunu bulalım.**



## Çözüm

$$\begin{aligned}5^{17} \cdot 7^{17} \cdot 35^{18} &= (5 \cdot 7)^{17} \cdot 35^{18} \\ &= 35^{17} \cdot 35^{18} \\ &= 35^{17+18} \\ &= 35^{35}\end{aligned}$$

## Örnek

$$\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^n \cdot \left(\frac{b^3}{a^2}\right)^n \text{ çarpımının sonucunu bulalım:}$$

$$\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^n \cdot \left(\frac{b^3}{a^2}\right)^n = \left(\frac{a^3}{b^2} \cdot \frac{b^3}{a^2}\right)^n = (a \cdot b)^n$$

## Örnek

$$2^{x+1} \cdot 2^{2-x} \cdot 2^{-3}$$

işleminin sonucu kaçtır?



## Çözüm

$$\begin{aligned}2^{x+1} \cdot 2^{2-x} \cdot 2^{-3} &= 2^{x+1+2-x+(-3)} \\ &= 2^0 \\ &= 1 \text{ olur.}\end{aligned}$$

## Örnek

$$a = 2^n$$

$$b = 3^n$$

**olduğuna göre,  $18^n$  ifadesinin a ve b türünden eşitini bulalım.**

## Çözüm

$18 = 2 \cdot 3^2$  olduğuna göre,

$$\begin{aligned}18^n &= (2 \cdot 3^2)^n \\ &= 2^n \cdot (3^2)^n \\ &= 2^n \cdot (3^n)^2 \\ &= a \cdot b^2 \text{ olur.}\end{aligned}$$



Tabanları aynı olan iki üslü sayı bölünürken payın üssünden paydanın üssü çıkarılır.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$



Üstleri aynı olan iki üslü sayı bölünürken tabanlar birbirine bölünür.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$



## Örneğin;

$$\rightarrow \frac{3^{15}}{3^7} = 3^{15-7} = 3^8$$

$$\rightarrow \frac{5^7}{5^8} = 5^{7-8} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow \frac{6^7}{2^7} = \left(\frac{6}{2}\right)^7 = 3^7$$

## Örnek

$\frac{7^8}{7^2}$  işleminin sonucunu bulalım:

$$\frac{7^8}{7^2} = 7^{8-2} = 7^6$$

$\frac{6^5}{2^5}$  işleminin sonucunu bulalım:

$$\frac{6^5}{2^5} = \left(\frac{6}{2}\right)^5 = 3^5$$

## Örnek

$$\frac{9^8}{27^5}$$

işleminin sonucu kaçtır?



## Çözüm

$$\frac{9^8}{27^5} = \frac{(3^2)^8}{(3^3)^5}$$

$$= \frac{3^{16}}{3^{15}}$$

$$= 3^{16-15}$$

$$= 3^1$$

$$= 3 \text{ olur.}$$

**Örnek**

$$\frac{3^{10} \cdot 3^{10} \cdot 3^{10}}{3^{14} + 3^{14} + 3^{14}}$$

**ifadesinin eşitini bulalım.**

## Çözüm

$$\begin{aligned}\frac{3^{10} \cdot 3^{10} \cdot 3^{10}}{3^{14} + 3^{14} + 3^{14}} &= \frac{3^{10+10+10}}{3 \cdot 3^{14}} \\ &= \frac{3^{30}}{3^{1+14}} \\ &= \frac{3^{30}}{3^{15}} \\ &= 3^{30-15} \\ &= 3^{15}\end{aligned}$$

## Örnek

$$\frac{6^{10}}{4^{10}} \cdot \frac{6^{12}}{9^{12}}$$

işleminin sonucu kaçtır?



## Çözüm

$$\begin{aligned}\frac{6^{10}}{4^{10}} \cdot \frac{6^{12}}{9^{12}} &= \left( \frac{\cancel{6}^3}{\cancel{4}^2} \right)^{10} \cdot \left( \frac{\cancel{6}^2}{\cancel{9}^3} \right)^{12} \\ &= \left( \frac{3}{2} \right)^{10} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^{12} \\ &= \left( \frac{2}{3} \right)^{-10} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^{12} \\ &= \left( \frac{2}{3} \right)^{-10+12} \\ &= \left( \frac{2}{3} \right)^2 \\ &= \frac{4}{9} \text{ olur.}\end{aligned}$$



## Örnek

$$\frac{(-x)^{-3} \cdot (-x)^2 \cdot (-x^3)^{-2}}{(-x^{-2})^5}$$

**ifadesinin eşitini bulalım.**

## Çözüm

$$\frac{(-x)^{-3} \cdot (-x)^2 \cdot (-x^3)^{-2}}{(-x^{-2})^5} = \frac{-x^{-3} \cdot x^2 \cdot x^{-6}}{-x^{-10}}$$

$$= \frac{-x^{-3+2-6}}{-x^{-10}}$$

$$= \frac{x^{-7}}{x^{-10}}$$

$$= x^{-7+10}$$

$$= x^3$$

## Örnek

$2^x = a$  olduğuna göre,  $\frac{12^x}{6^{x-1}}$  ifadesinin  $a$  türünden

eşitini bulalım:

$$\begin{aligned}\frac{12^x}{6^{x-1}} &= \frac{12^x}{6^x \cdot 6^{-1}} \\ &= \frac{12^x}{6^x} \cdot 6 \\ &= \left(\frac{12}{6}\right)^x \cdot 6 \\ &= 2^x \cdot 6 \\ &= a \cdot 6\end{aligned}$$

**Örnek**

$$15^x = 3^x + 1$$

**olduğuna göre,  $5^x$  in değerini bulalım.**

## Çözüm

$$15^x = 3^{x+1}$$

$$15^x = 3^x \cdot 3^1$$

$$\frac{15^x}{3^x} = 3$$

$$\left(\frac{15}{3}\right)^x = 3$$

$$5^x = 3$$

## Örnek

$$\frac{2^n \cdot 3^n \cdot 5^{n+1}}{30^n}$$

işleminin sonucu kaçtır?



## Çözüm

$$\begin{aligned}\frac{2^n \cdot 3^n \cdot 5^{n+1}}{30^n} &= \frac{2^n \cdot 3^n \cdot 5^n \cdot 5^1}{30^n} \\ &= \frac{(2 \cdot 3 \cdot 5)^n \cdot 5^1}{30^n} \\ &= \frac{\cancel{30}^n \cdot 5^1}{\cancel{30}^n} \\ &= 5 \text{ olur.}\end{aligned}$$



## Örnek

$3x + 5y = 8$  olduğuna göre,

$$\frac{27^{2x+3}}{9^{10-5y}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned}\frac{27^{2x+3}}{9^{10-5y}} &= \frac{3^{6x+9}}{3^{20-10y}} = 3^{6x+9-20+10y} \\ &= 3^{2(3x+5y)-11} \\ &= 3^{2 \cdot 8 - 11} \\ &= 3^5 \text{ dir.}\end{aligned}$$

## Örnek

$$4^{x+1} = a$$

$$3^{x-2} = b$$

olduğuna göre,  $12^{x+1}$  ifadesinin a ve b türünden eşitini bulunuz.

$$4^{x+1} = a \Rightarrow 4^x = \frac{a}{4}$$

$$3^{x-2} = b \Rightarrow 3^x = 9 \cdot b$$

$$\begin{aligned} 12^{x+1} &= 12 \cdot 12^x = 12 \cdot 4^x \cdot 3^x \\ &= 12 \cdot \frac{a}{4} \cdot 9b \\ &= 27 \cdot a \cdot b \end{aligned}$$

## Örnek

$9^2 + 18^2 + 27^2 = a$  olduğuna göre  $36^2 + 72^2 + 108^2$  değerini  $a$  türünden bulunuz.

## ÇÖZÜM >>>

Verilen ifade a türünden yazılırsa

$$\begin{aligned}36^2 + 72^2 + 108^2 &= (4 \cdot 9)^2 + (4 \cdot 18)^2 + (4 \cdot 27)^2 \\ &= 4^2 \cdot 9^2 + 4^2 \cdot 18^2 + 4^2 \cdot 27^2 \\ &= 4^2 \cdot (9^2 + 18^2 + 27^2) \\ &= 16a \text{ olur.}\end{aligned}$$



$$a\underbrace{000\dots0}_{n \text{ tane}} = a \cdot 10^n$$

**Örneğin;**

$$\rightarrow 50000 = 5 \cdot 10^4$$

$$\rightarrow 12500000 = 125 \cdot 10^5$$

$$\rightarrow 10002000 = 10002 \cdot 10^3$$



$$0, \underbrace{000 \dots a}_{n \text{ tane}} = a \cdot 10^{-n}$$

**Örneğin;**

$$\rightarrow 0,002 = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$\rightarrow 2,13 = 213 \cdot 10^{-2}$$

$$\rightarrow 0,000001 = 1 \cdot 10^{-6}$$



## Örnek

$$A = 8^{15} \cdot 25^{20}$$

**olduğuna göre, A sayısı kaç basamaklıdır?**

A) 40

B) 41

C) 42

D) 43

E) 44

## Çözüm

A sayısının kaç basamaklı olduğunu bulmak için A'nın eşiti olan ifadeyi 10'un kuvveti türünden yazmamız gerekir. Bunun için de 10'un çarpanları olan 2 ve 5 sayılarına göre verilen sayılar düzenlenmelidir.

Tabanları farklı üslü sayıları çarpmak için üslerinin aynı olması gerekir. Bu sebeple soru içerisinde eğer 2 ve 5'in üsleri eşit değilse eşit hale getirilerek işlem yapılır.

$$\begin{aligned}8^{15} \cdot 25^{20} &= (2^3)^{15} \cdot (5^2)^{20} \\ &= 2^{45} \cdot 5^{40} \\ &= 2^5 \cdot 2^{40} \cdot 5^{40} \\ &= 2^5 \cdot (2 \cdot 5)^{40} \\ &= 32 \cdot 10^{40} \\ &= \underbrace{32000 \dots 0}_{40 \text{ tane } 0}\end{aligned}$$

İki basamaklı 32 sayısının sağında 40 tane sıfır olduğuna göre,  $A = 8^{15} \cdot 25^{20}$  sayısı 42 basamaklıdır.

Cevap C

## Örnek

$$8^6 \cdot 25^8$$

çarpımının sonucu kaç basamaklıdır?



## Çözüm

$$8^6 \cdot 25^8 = (2^3)^6 \cdot (5^2)^8$$

$$= 2^{3 \cdot 6} \cdot 5^{2 \cdot 8}$$

$$= 2^{18} \cdot 5^{16}$$

$$= 2^2 \cdot 2^{16} \cdot 5^{16}$$

$$= 2^2 \cdot (2 \cdot 5)^{16}$$

$$= \underline{4} \cdot \underline{10^{16}}$$



1 basamak    16 tane 0

$1 + 16 = 17$  olur.

Örnek

$$8 \cdot 16^5 \cdot 25^{10}$$

çarpımının sonucu kaç basamaklıdır?

$$8 \cdot 16^5 \cdot 25^{10} = 2^3 \cdot (2^4)^5 \cdot (5^2)^{10}$$

$$= 2^3 \cdot 2^{20} \cdot 5^{20}$$

$$= 2^3 \cdot (2 \cdot 5)^{20}$$

$$= 8 \cdot 10^{20}$$

  
1 basamak    20 tane 0

$1 + 20 = 21$  basamaklıdır.

## Üslü Denklemler

$a \neq 0, a \neq \pm 1$  olmak üzere

$$a^n = a^m \quad \text{ise} \quad n = m$$

## Örnek

$$9^{2x-1} = 27$$

olduğuna göre,  $x$  kaçtır?





## Çözüm

$$9^{2x-1} = 27 \Rightarrow (3^2)^{2x-1} = 3^3$$

$$\Rightarrow 3^{4x-2} = 3^3$$

$$\Rightarrow 4x - 2 = 3$$

$$\Rightarrow 4x = 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{4} \text{ olur.}$$

## Örnek

$$2^{2x-2} = 64$$

$$3^{y+2} = (27)^2$$

olduğuna göre,  $x \cdot y$  çarpımı kaçtır?

$$2^{2x-2} = 64 \Rightarrow 2^{2x-2} = 2^6$$

$$\Rightarrow 2x - 2 = 6$$

$$\Rightarrow 2x = 8$$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$3^{y+2} = 27^2 \Rightarrow 3^{y+2} = 3^6$$

$$\Rightarrow y + 2 = 6$$

$$\Rightarrow y = 4$$

$$x \cdot y = 4 \cdot 4 = 16 \text{ dir.}$$

## Örnek

$$(0,125)^{x+2} = (0,5)^{2x+8}$$

olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

$$\begin{aligned}(0, 125)^{x+2} = (0, 5)^{2x+8} &\Rightarrow \left(\frac{1}{8}\right)^{x+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+8} \\ &\Rightarrow (2^{-3})^{x+2} = (2^{-1})^{2x+8} \\ &\Rightarrow 2^{-3x-6} = 2^{-2x-8} \\ &\Rightarrow -3x - 6 = -2x - 8 \\ &\Rightarrow x = 2 \text{ dir.}\end{aligned}$$

## Örnek

$$2^{x+2} + 2^{x-1} + 2^x = 44$$

eşitliğini sağlayan  $x$  değeri kaçtır?



## Çözüm

$$2^{x+2} + 2^{x-1} + 2^x = 44 \Rightarrow 2^x \cdot 2^2 + 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x = 44$$

$$\Rightarrow 2^x \left( 4 + \frac{1}{2} + 1 \right) = 44$$

$$\Rightarrow 2^x \cdot \frac{11}{2} = 44$$

$$\Rightarrow 2^x = 8$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^3$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ olur.}$$

## Örnek

$$\frac{27^{x+1} \cdot 3^{x-2}}{9^{x+2}} = \frac{1}{81}$$

eşitliğini sağlayan  $x$  değeri kaçtır?



$$\frac{27^{x+1} \cdot 3^{x-2}}{9^{x+2}} = \frac{1}{81} \Rightarrow \frac{3^{3x+3} \cdot 3^{x-2}}{3^{2x+4}} = 3^{-4}$$

$$\Rightarrow \frac{3^{4x+1}}{3^{2x+4}} = 3^{-4}$$

$$\Rightarrow 3^{2x-3} = 3^{-4}$$

$$\Rightarrow 2x - 3 = -4$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$n \in \mathbb{Z}$  olmak üzere,

$$x^{2n+1} = y^{2n+1} \quad \text{ise} \quad x = y$$

$$x^{2n} = y^{2n} \quad \text{ise} \quad x = \pm y$$

## Örnek

$$(4x - 1)^5 = (x + 2)^5$$

eşitliğini sağlayan  $x$  değeri kaçtır?



## Çözüm

$$(4x - 1)^5 = (x + 2)^5 \Rightarrow 4x - 1 = x + 2$$

$$\Rightarrow 3x = 3$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ olur.}$$

## Örnek

$$(3x - 1)^6 = (x + 3)^6$$

eşitliğini sağlayan  $x$  değerlerinin toplamı kaçtır?



## Çözüm

$$(3x - 1)^6 = (x + 3)^6$$

$$3x - 1 = x + 3$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

veya

$$3x - 1 = -x - 3$$

$$4x = -2$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Buna göre,  $x$  değerlerinin toplamı;

$$2 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

$x^n = 1$  ise

→  $n = 0$  ve  $x \neq 0$

→  $x = 1$  ve  $n \in \mathbb{R}$

→  $x = -1$  ve  $n$  çift sayı

## Örnek

$$(x - 2)^{x^2 - 4} = 1$$

eşitliğini sağlayan  $x$  değerlerinin toplamı kaçtır?





## Çözüm

$$(x - 2)^{x^2 - 4} = 1$$

i.  $x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3$

ii.  $x^2 - 4 = 0$  fakat  $x - 2 \neq 0$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ ve } x = 2$$

$x = 2$  tabanı sıfır yaptığı için alınmaz.

iii.  $x - 2 = -1$  ve  $x^2 - 4$  çift olmalıdır.

$$x - 2 = -1 \Rightarrow x = 1$$

$1^2 - 4 = -3$  tek olduğu için  $x = 1$  değeri alınmaz.

Buna göre,  $3 + (-2) = 1$  olur.

## Örnek

$$(a - 3)^{a^2 - 3a} = 1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

---

$$(a - 3)^{a^2 - 3a} = 1 \text{ ise}$$

i.  $a - 3 = 1 \Rightarrow a = 4$  tür.

ii.  $a^2 - 3a = 0 \Rightarrow a \cdot (a - 3) = 0$

$$\Rightarrow a = 0 \text{ veya } a = 3$$

fakat  $a = 3$  için  $a - 3 = 0$  olduğundan  $a = 3$  alınmaz.

iii.  $a - 3 = -1$  ve  $a^2 - 3a$  çift olmalıdır.

$$a = 2 \text{ için } a^2 - 3a \text{ çift sayıdır.}$$

Buna göre,  $\text{Ç.K} = \{0, 2, 4\}$  olur.

**Örnek**

$$(x - 2)^{x^2 - 2x - 3} = 1$$

çözüm kümesini bulunuz.

$$(x - 2)^{x^2 - 2x - 3} = 1 \text{ ise}$$

i.  $x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3$  tür.

ii.  $x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3) \cdot (x + 1) = 0$   
 $\Rightarrow x = 3$  veya  $x = -1$

iii.  $x - 2 = -1$  ve  $x^2 - 2x - 3$  çift olmalıdır.

$x = 1$  için  $x^2 - 2x - 3$  çift sayıdır.

Buna göre,  $\text{Ç.K} = \{-1, 1, 3\}$  olur.



$n, y \neq 0; a, b \neq 0; a, b \neq 1$  olmak üzere  $\left. \begin{array}{l} a^m = b^x \\ a^n = b^y \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{x}{y}$  dir.

## Örnek

$$3^x = 8$$

$$2^y = 27$$

olduğuna göre,  $x \cdot y$  çarpımı kaçtır?



## Çözüm

### I. yol

$$3^x = 8 \Rightarrow 3^x = 2^3 \Rightarrow 3^{\frac{x}{3}} = 2$$

$$2^y = 27 \Rightarrow \left(3^{\frac{x}{3}}\right)^y = 3^3 \Rightarrow \frac{x \cdot y}{3} = 3 \Rightarrow x \cdot y = 9 \text{ olur.}$$

### II. yol

$$\left. \begin{array}{l} 3^x = 2^3 \\ 3^3 = 2^y \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{3}{y} \Rightarrow x \cdot y = 9 \text{ olur.}$$



## Örnek

$$3^x = 16$$

$$2^y = 3$$

olduğuna göre,  $x$  in  $y$  türünden eşitini bulunuz.

---

$$3^x = 16 \Rightarrow (2^y)^x = 16$$

$$\Rightarrow 2^{x \cdot y} = 2^4$$

$$\Rightarrow x \cdot y = 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{y} \text{ dir.}$$

## Örnek

$$2^x \cdot 3^y = 12$$

$$3^x \cdot 2^y = 18$$

olduğuna göre,  $x + y$  toplamı kaçtır?



## Çözüm

$$2^x \cdot 3^y = 12$$

$$3^x \cdot 2^y = 18$$

x

$$2^{x+y} \cdot 3^{x+y} = 12 \cdot 18$$

$$2^{x+y} \cdot 3^{x+y} = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 3^2 \cdot 2^1 \Rightarrow (2 \cdot 3)^{x+y} = (2 \cdot 3)^3$$

$$\Rightarrow 6^{x+y} = 6^3$$

$$\Rightarrow x + y = 3 \text{ olur.}$$

## Örnek

$$4^x + 11^y = 21$$

$$4^x - 11^y = 11$$

olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

$$4^x + 11^y = 21$$

$$4^x - 11^y = 11$$

+

---

$$2 \cdot 4^x = 32 \Rightarrow 4^x = 16$$

$$\Rightarrow 4^x = 4^2$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ dir.}$$

## Örnek

$x, y \in \mathbb{Z}$  olmak üzere,

$$3^{3x-y-1} = 5^{x+2y-12}$$

olduğuna göre,  $x + y$  toplamı kaçtır?



## Çözüm

$x$  ve  $y$  tam sayı olduğundan üsler de tam sayı olur. Bu nedenle verilen eşitliğin sağlanabilmesi için her bir üssün sıfır olması gerekir.

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y - 1 = 0 \\ x + 2y - 12 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 2 / 3x - y = 1 \\ x + 2y = 12 \\ + \\ \hline 6x - 2y = 2 \\ x + 2y = 12 \\ + \\ \hline 7x = 14 \Rightarrow x = 2 \end{array}$$

$$x = 2 \Rightarrow 3 \cdot 2 - y - 1 = 0 \Rightarrow y = 5 \text{ olur.}$$

$$x + y = 2 + 5 = 7 \text{ olur.}$$



## Örnek

$x, y \in \mathbb{Z}$  olmak üzere,

$$\frac{31^{2x+y-5}}{19^{x-y-4}} = 1$$

olduğuna göre,  $x^y + y^x$  toplamı kaçtır?

---

$$\frac{31^{2x+y-5}}{19^{x-y-4}} = 1 \Rightarrow 31^{2x+y-5} = 19^{x-y-4}$$

$$\Rightarrow 2x + y - 5 = 0$$

$$x - y - 4 = 0$$

+

---

$$3x - 9 = 0$$

$$x = 3$$

$$y = -1$$

$$x^y + y^x = 3^{-1} + (-1)^3 = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3} \text{ tür.}$$

## Üslü Eşitsizlikler



$x > 1$  olmak üzere,  
 $x^m > x^n$  ise  $m > n$



$0 < x < 1$  olmak üzere  
 $x^m > x^n$  ise  $m < n$

## Örnek

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{4x-2} < \left(\frac{9}{16}\right)^{x-2}$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.



## Çözüm

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{4x-2} < \left(\frac{9}{16}\right)^{x-2}$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{4x-2} < \left(\left(\frac{3}{4}\right)^2\right)^{x-2} \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{4x-2} < \left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{4x-2} < \left(\frac{4}{3}\right)^{-2x+4}$$

$$\Rightarrow 4x - 2 < -2x + 4 \quad \left(\frac{4}{3} > 1 \text{ olduğundan}\right)$$

$$\Rightarrow 6x < 6$$

$$\Rightarrow x < 1 \text{ olur.}$$

Ç. K. =  $(-\infty, 1)$  bulunur.

**Örnek**

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{2x-1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{3x-4}$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{aligned}\left(\frac{4}{9}\right)^{2x-1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{3x-4} &\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{4x-2} > \left(\frac{2}{3}\right)^{3x-4} \\ &\Rightarrow 4x - 2 < 3x - 4 \\ &\Rightarrow x < -2\end{aligned}$$

Buna göre, Ç.K =  $(-\infty, -2)$  olur.

Örnek

$$2^{2x-6} > (0,125)^{x+1}$$

eşitsizliğini sağlayan en küçük  $x$  tam sayısı kaçtır?

---



$$\begin{aligned}2^{2x-6} > \left(\frac{1}{8}\right)^{x+1} &\Rightarrow 2^{2x-6} > (2^{-3})^{x+1} \\ &\Rightarrow 2^{2x-6} > 2^{-3x-3} \\ &\Rightarrow 2x - 6 > -3x - 3 \\ &\Rightarrow 5x > 3 \\ &\Rightarrow x > \frac{3}{5}\end{aligned}$$

Buna göre,  $x$  in alabileceği en küçük tam sayı değeri 1 dir.

## Örnek

$$x = (2^4)^6$$

$$y = 2^{(3^2)}$$

$$z = 8^6$$

olduğuna göre, x, y ve z yi küçükten büyüğe doğru sıralayınız.



## Çözüm

$$x = (2^4)^6 = 2^{24}$$

$$y = 2^{(3^2)} = 2^9$$

$$z = 8^6 = (2^3)^6 = 2^{18}$$

Buna göre,  $y < z < x$  olur.

## Örnek

$$x = 2^{80}$$

$$y = 3^{60}$$

$$z = 5^{40}$$

olduğuna göre,  $x$ ,  $y$  ve  $z$  yi küçükten büyüğe doğru sıralayınız.



## Çözüm

Bu soruda tabanlar birbirinden farklı olduğu için üsleri eşitlemeliyiz.

$$x = (2^{80}) = (2^4)^{20} = 16^{20}$$

$$y = (3^{60}) = (3^3)^{20} = 27^{20}$$

$$z = (5^{40}) = (5^2)^{20} = 25^{20}$$

Üsleri eşit olan sayılardan tabanı büyük olan büyüktür.

Buna göre,  $x < z < y$  olur.