

Oran

Aynı birimdeki iki çokluğun birbirine bölünmesine **oran** denir.

En az biri sıfırdan farklı olan a ve b reel sayıları verildiğinde a'nın b'ye oranı **a:b** veya $\frac{a}{b}$ şeklinde gösterilir.

- Oranın birimi yoktur.
- Kesirlerde olduğu gibi verilen oranın payı ve paydası sıfırdan farklı bir sayı ile genişletilip sadeleştirilebilir.

Örneğin;

Elif 30, Melike 12 yaşında ise Melike'nin yaşının Elif'in yaşına oranı: $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ dir.

Tuğçe'nin ağırlığı 40 kg, Ebru'nun ağırlığı 60 kg ise Tuğçe'nin ağırlığının, Ebru'nun ağırlığına oranı: $\frac{40 \text{ kg}}{60 \text{ kg}} = \frac{2}{3}$

ÖRNEK

Bir tren vagonunda 24 erkek, 28 kadın yolcu bulunmaktadır. İlk durakta bu vagona 4 evli çift binmiş, 6 kadın ve 8 erkek vagonlardan inmiştir. Buna göre vagondaki kadın sayısının erkek sayısına oranını bulunuz.

ÇÖZÜM >>

4 evli çiftin binmesiyle erkek ve kadınların sayısı dörder kişi artar. Vagondaki erkek ve kadın sayısı:
 $24 + 4 = 28$ erkek ve $28 + 4 = 32$ kadın olur.

İnen yolculardan sonra:

Erkeklerin sayısı: $28 - 8 = 20$

Kadınların sayısı: $32 - 6 = 26$ olur.

Bu durumda, kadınların sayısının erkeklerin sayısına oranı: $\frac{26}{20} = \frac{13}{10}$ olarak bulunur.

Orantı

İki veya daha fazla oranın eşitliğine **orantı** denir. $\frac{a}{b} = k$ ve $\frac{c}{d} = k$ ise orantı, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ şeklinde gösterilir.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ eşitliği $a : c = b : d$ biçiminde de gösterilir. Eşitlikteki konumlarına göre a ve d değerlerine dışlar, b ve c değerlerine içler adı verilir.

Benzer şekilde $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \Rightarrow a : c : e = b : d : f$ olur. k, orantı sabitidir.

ÖRNEK

$$2: 3: 5 = 6: 9: 15$$

orantısının orantı sabitini bulalım.

Çözüm:

$$2 : 3 : 5 = 6 : 9 : 15$$

$$\Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{5}{15} = k \Rightarrow k = \frac{1}{3} \text{ tür.}$$



Orantıda içler çarpımı, dışlar çarpımına eşittir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \text{ olur.}$$

ÖRNEK

Aşağıdaki ikili orantılarda bilinmeyen x değerlerini bulalım.

a) $\frac{7}{x} = \frac{21}{9}$

b) $\frac{x}{12} = \frac{15}{36}$

ÇÖZÜM :

$$\text{a) } 21 \cdot x = 7.9$$

$$21 \cdot x = 63$$

$$x = 3$$

$$\text{b) } 36 \cdot x = 12.15$$

$$36 \cdot x = 180$$

$$x = 5$$



$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$$

$$3a = 2b$$

Yukarıdaki 3 durumdan herhangi biri olduğunda

$a = 2.k$ ve $b = 3.k$
şeklinde eşleştirme yapılır

- $a : b : c = 2 : 3 : 5 \Leftrightarrow a = 2k, b = 3k, c = 5k$ dir.

ÖRNEK

$\frac{a}{b} = \frac{3}{8}$ olduğuna göre, $\frac{2a+b}{3a-b}$ oranını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{8} \Rightarrow a = 3k \text{ ve } b = 8k \text{ olur.}$$

$$\text{O halde, } \frac{2a+b}{3a-b} = \frac{2 \cdot 3k + 8k}{3 \cdot 3k - 8k} = \frac{14k}{k} = 14 \text{ tür.}$$

ÖRNEK

$\frac{x + 2y}{3} = x$ olduğuna göre, $\frac{2x + 3y}{3x + 2y}$ oranı kaç tır?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

ÇÖZÜM :

içler dışlar çarpımı yapalım.

$$x + 2y = 3x$$

$$y = x$$

$$\frac{2 \cdot x + 3 \cdot x}{3 \cdot x + 2 \cdot x} = 1$$

ÖRNEK

$\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ ve $\frac{ax + y}{y - x} = 2$ olduğuna göre a değerini bulunuz.

ÇÖZÜM >>>

$x = k$ ve $y = 3k$ olduğundan

$$\frac{ax + y}{y - x} = \frac{a \cdot k + 3k}{3k - k} = \frac{k \cdot (a + 3)}{2k} = \frac{a + 3}{2} = 2$$

Buradan $a + 3 = 4$ ve $a = 1$ bulunur.

ÖRNEK

$x : y : z = 5 : 3 : 2$ ve $x - y + z = 16$ olduğuna göre x değerini bulunuz.

ÇÖZÜM >>>

$x = 5k, y = 3k, z = 2k$ olduğundan $5k - 3k + 2k = 16 \Rightarrow 4k = 16 \Rightarrow k = 4$

Buradan $x = 5k = 5 \cdot 4 = 20$ bulunur.

ÖRNEK

$\frac{a-2}{3} = \frac{b+1}{2}$ ve $3a - b = 21$ olduğuna göre a değerini bulunuz.

ÇÖZÜM >>>

$$\frac{a-2}{3} = \frac{b+1}{2} = k \Rightarrow a = 3k + 2 \text{ ve } b = 2k - 1 \text{ olur.}$$

$$9k + 6 - 2k + 1 = 21$$

$7k = 14$ ise $k = 2$ bulunur. O hâlde $a = 3 \cdot 2 + 2 = 8$ bulunur.

ÖRNEK

Ali'nin bilyelerinin Elif'in bilyelerine oranı $\frac{9}{7}$ 'dir.

Ali'nin bilyeleri Elif'in bilyelerinden 12 tane fazla olduğuna göre, Ali ile Elif'in toplam kaç bilyesi vardır?

ÇÖZÜM :

$$\frac{ali}{elif} = \frac{9}{7} \text{ buradan } ali = 9k \text{ ve } elif = 7k \text{ yazarız.}$$

$$9k = 7k + 12$$

$$2k = 12$$

$$k = 6$$

$$9k + 7k = 16k$$

$$= 16 \cdot 6$$

$$= 96$$

ÖRNEK

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ ve $4a - b = 20$ olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

ÇÖZÜM :

$$a = 2k$$

$$4 \cdot 2 \cdot k - 3 \cdot k = 20$$

$$b = 3k$$

$$5k = 20$$

$$k = 4$$

$$b = 3k = 12$$

ÖRNEK

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{6} \text{ ve } \frac{b}{c} = \frac{2}{5}$$

olduğuna göre, $\frac{a}{c}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{3}{5}$

ÇÖZÜM :

İki orantıda da b değeri var ve birinde 6 ile diğerinde 2 ile eşleşmiş eşleştikleri değeri aynı yapmak için

$$\frac{b}{c} = \frac{3.2}{3.5} = \frac{6}{15} \text{ şeklinde genişletme yaptık.}$$

Buradan $a= 5k$, $b=6k$ ve $c=15$ deriz ve $\frac{a}{c} = \frac{5k}{15k} = \frac{1}{3}$ olur.

ÖRNEK

x gram un, y gram yağ, z gram şeker

$$\frac{x}{y} = \frac{7}{2}, \frac{y}{z} = \frac{3}{4}$$

oranlarında karıştırılarak 700 gramlık bir hamur elde ediliyor.

Buna göre, bu hamurdaki şeker miktarını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{x}{y} = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{21}{6}$$

$$\frac{y}{z} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

Böylece iki orantıda ortak kullanılan
y değerini eşitlemiş olduk.

Buna göre, $x = 21k$, $y = 6k$ ve $z = 8k$ seçilebilir.

Hamur 700 gram olduğundan

$$x + y + z = 700$$

$$\Rightarrow 21k + 6k + 8k = 700$$

$$\Rightarrow 35k = 700$$

$$\Rightarrow k = 20 \text{ dir.}$$

O halde, hamurun şeker miktarı $z = 8k \Rightarrow z = 8 \cdot 20 = 160$ gr bulunur.

ÖRNEK

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{2}, \frac{b}{4} = \frac{c}{5} \text{ ve } a + b + c = 30$$

olduğuna göre, a değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 12 D) 15 E) 20
-

ÇÖZÜM :

içler dışlar çarpımı ile $2a = 3b$ ve $5b = 4c$ olur buradan eşleştirme yaparsak b birinde 2 ile diğerinde 4 ile eşleşir ortak katları olan 4 ile eşleştirirsek yani $b = 4k$ alırsak

$$2a = 3.4k$$

$$a = 6k \text{ olur ve}$$

$$4c = 5.4k$$

$$c = 5k \text{ olur}$$

$$6k + 4k + 5k = 30$$

$$15k = 30$$

$$k = 2 \text{ olur.}$$

$$a = 6k = 6.2 = 12 \text{ olarak buluruz.}$$

ÖRNEK

$$\frac{a}{7} = \frac{b}{6} = \frac{c}{2} \text{ ve } a + 2b - 3c = 26$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

ÇÖZÜM :

$$a = 7k$$

$$7k + 12k - 6k = 26$$

$$b = 6k$$

$$k = 2$$

$$c = 2k$$

$$a = 7k = 14$$

ÖRNEK

$$a : b : c = 3 : 5 : 8 \text{ ve } a + c = 33$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

ÇÖZÜM :

$$a = 3k$$

$$3k + 8k = 33$$

$$b = 5k$$

$$k = 3$$

$$c = 8k$$

$$b = 5k = 15$$

ÖRNEK

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7}$$

olduğuna göre, $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{a \cdot b}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$

B) $\frac{7}{2}$

C) $\frac{9}{2}$

D) 4

E) 5

ÇÖZÜM

$$a = 5k$$

$$b = 4k$$

$$c = 7k$$

$$\frac{(5k)^2 + (4k)^2 + (7k)^2}{5k \cdot 4k} = \frac{90k^2}{20k^2} = \frac{9}{2}$$



Bir orantıda içler veya dışlar kendi arasında yer değiştirebilir.

Bu durumda oranlar değişse bile orantının
eşitliği değişmez.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ veya } \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ olabilir.}$$

Paylar ve paydalar kendi aralarında toplanır ya da çıkarılırsa orantı sabiti değişmez.



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} = k \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$\frac{2a + b}{b - c} = \frac{2b + c}{a - c} = \frac{a + 2c}{3c}$ olduğuna göre $\frac{a}{c}$ oranını bulunuz.

ÇÖZÜM :

$$\frac{2a+b}{b-c} = \frac{2b+c}{a-c} = \frac{a+2c}{3c} = k$$

$$\frac{2a+b+2b+c+a+2c}{b-c+a-c+3c} = \frac{3a+3b+3c}{a+b+c} = \frac{3(a+b+c)}{a+b+c} = k \Rightarrow k = 3 \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan } \frac{a+2c}{3c} = 3 \Rightarrow a+2c = 9c \Rightarrow a = 7c \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{7\cancel{c}}{\cancel{c}} = 7 \text{ bulunur.}$$



m ve n sıfırdan farklı birer reel sayı olmak üzere

$$\text{i) } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{m \cdot a}{m \cdot b} = \frac{n \cdot c}{n \cdot d} = k \text{ ve } \frac{m \cdot a \mp n \cdot c}{m \cdot b \mp n \cdot d} = k \text{ olur.}$$

$$\text{ii) } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = k^2 \text{ ve } \frac{m \cdot a^2 \mp n \cdot c^2}{m \cdot b^2 \mp n \cdot d^2} = k^2 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3}{5}$$

$$2a + 3c = 15$$

ise $2b + 3d$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{2a+3c}{2b+3d} = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{2b+3d} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 3(2b + 3d) = 75$$

$$\Rightarrow 2b + 3d = 25 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{1}{3}$ olmak üzere $2a - c + 3e = 14$ ve $-d + 3f = -24$ olduğuna göre b değerini bulunuz.

ÇÖZÜM >>

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{1}{3}$$

(2) (-1) (3)

Özellik 4-i yardımıyla

$$\frac{2a - c + 3e}{2b - d + 3f} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{14}{2b - 24} = \frac{1}{3} \Rightarrow 42 = 2b - 24$$

$$66 = 2b \Rightarrow b = 33 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ orantısından } \frac{5a - 2c}{5b - 8} = k$$

oranı elde edildiğine göre, d nin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \frac{5a - 2c}{5b - 2d} = k = \frac{5a - 2c}{5b - 8} \Rightarrow -2d = -8 \Rightarrow d = 4 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{4}$$

ise $\frac{b.c.f}{a.d.e} - \frac{a+b}{a}$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{b.c.f}{a.d.e} = \frac{b}{a} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{e} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \text{ tür.}$$

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a} = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3} \text{ tür.}$$

$$\text{O halde, } \frac{b.c.f}{a.d.e} - \frac{a+b}{a} = \frac{4}{3} - \frac{7}{3} = -1 \text{ bulunur.}$$

2. Yol : $a = 3k$ ve $b = 4k$, $c = 3m$ ve $d = 4m$, $e = 3n$ ve $f = 4n$ dersek

$$\frac{4k.3m.4n}{3k.4m.3n} - \frac{3k+4k}{3k} = \frac{4}{3} - \frac{7}{3} = \frac{-3}{3} = -1 \text{ bulunur.}$$



a, b, c sayılarının dördüncü orantılısı x ise $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ olur.

(a: birinci orantılı sayı, b: ikinci orantılı sayı, c: üçüncü orantılı sayıdır.)

ÖRNEK

4, 10 ve 16 sayıları ile dördüncü orantılı olan sayıyı bulunuz.

ÇÖZÜM >>>

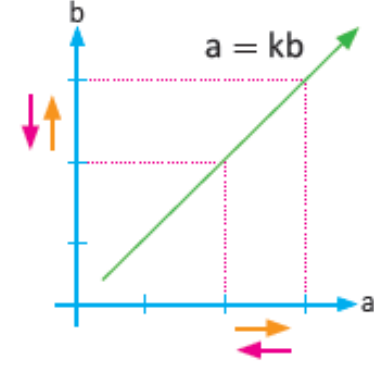
$\frac{4}{10} = \frac{16}{x}$ ise $4x = 160$ bulunur. Buradan $x = \frac{160}{4} = 40$ olur.

Orantı Çeşitleri

a) Doğru Orantı

a ve b çokluklarından a artarken b de aynı oranda artıyorsa veya a azalırken b de aynı oranda azalıyorsa a ile b doğru orantılı denir.

a ile b doğru orantılı ise $\frac{a}{b} = k$ veya $a = kb$ dir. ($k \in \mathbb{R}^+$)



a , b ve c sayıları sırasıyla x , y ve z sayıları ile doğru orantılı ise

$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k$ şeklinde yazılır.

Verilen problemde doğru orantı varsa çapraz çarpım yapılır.

$$\begin{array}{ccc} a & & b \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ c & & d \end{array}$$

$$a.d = b.c$$



İki çokluk aynı oranda artıyor veya azalıyorsa bu çokluklar **doğru orantılıdır**.

Örneğin; 2 saatte 100 metre yürüeyebilen bir böceğin, 6 saatte 300 metre yürümesi doğru orantılıdır.

Çünkü, $\frac{2}{6} = \frac{100}{300}$ olup, $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ olur.

2 saatte		100 metre
6 saatte		x metre

$$2.x = 6.100$$

$$x = 300 \text{ metre} \text{ olur.}$$

Dikkat

Yukarıdaki örnekle birlikte inceleyiniz.

ÖRNEK

100 km de ortalama 5,4 litre benzin tüketen bir araç 360 km de ortalama kaç litre benzin tüketir?

ÇÖZÜM

100 km \rightarrow 5,4 litre
360 km \rightarrow x litre

$$100 \cdot x = 5,4 \cdot 360 \text{ ve } x = 19,44 \text{ litre}$$

ÖRNEK

a ile b sayıları doğru orantılıdır. $a = 6$ iken $b = 4$ ise $b = 24$ iken a nın değerini bulunuz.

ÇÖZÜM >>>

a ile b sayıları doğru orantılı olduğundan $\frac{a}{b} = k$ olmalıdır.

$$\frac{6}{4} = k \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{24} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a = 72 \Rightarrow a = 36 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$x+3$ ile $y - 2$ doğru orantılı iki çokluktur.

$x = 5$ iken $y = 4$ ise $x = 6$ iken y nin kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

$x+3$ ile $y-2$ doğru orantılı olduğundan $\frac{x+3}{y-2} = k$ olsun.

$x = 5$ iken $y = 4$ ise $\frac{5+3}{4-2} = k \Rightarrow k = 4$ tür.

$x = 6$ ise $\frac{6+3}{y-2} = 4 \Rightarrow 9 = 4(y-2) \Rightarrow 9 = 4y - 8 \Rightarrow y = \frac{17}{4}$ bulunur.

ÖRNEK

18, 20 ve 22 yaşlarındaki üç kardeş kestane üreticiliği yapmaktadır. 180 kg kestaneyi yaşlarıyla doğru orantılı olarak paylaştıklarında 20 yaşındaki kardeşin kaç kg kestane alacağını hesaplayınız.

ÇÖZÜM >>>

$$\frac{x}{18} = \frac{y}{20} = \frac{z}{22} = k \Rightarrow x = 18k, y = 20k, z = 22k \text{ olur.}$$

$x + y + z = 180 \Rightarrow 18k + 20k + 22k = 180 \Rightarrow 60k = 180 \Rightarrow k = 3$
bulunur.

Buradan $y = 20k = 20 \cdot 3 = 60$ kg kestane alır.

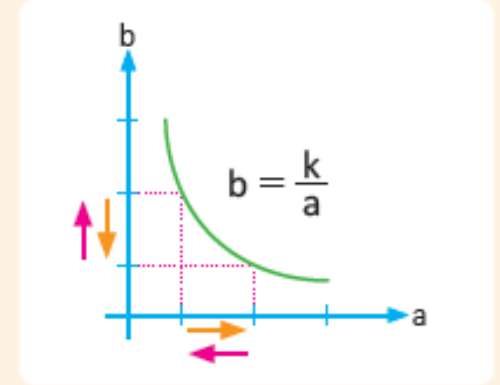
Dikkat

“a, b, c sayıları x, y, z sayıları ile doğru orantılıdır.” cümlesi ile “a, b, c sayıları x, y, z sayıları ile orantılıdır.” cümlesi aynı anlamdadır.”

b) Ters Orantı

a ve b çokluklarından, a artarken b aynı oranda azalıyor veya a azalırken b aynı oranda artıyorsa a ve b ters orantılıdır denir.

a ile b ters orantılı ise $b = \frac{k}{a}$ veya $a \cdot b = k$ olur. ($k \in \mathbb{R}^+$)



a , b ve c sayıları sırasıyla x , y ve z sayıları ile ters orantılı ise

$a \cdot x = b \cdot y = c \cdot z = k$ veya $\frac{a}{\frac{1}{x}} = \frac{b}{\frac{1}{y}} = \frac{c}{\frac{1}{z}} = k$ şeklinde yazılır.

Verilen problemde ters orantı varsa karşılıklı çarpım yapılır.

$$a \leftrightarrow b$$

$$c \leftrightarrow d$$

$$\frac{a \cdot b = c \cdot d}{a \cdot b = c \cdot d}$$

Örneğin; Eş güçteki 100 makine ile 10 günde biten bir iş, aynı makinelerden 50 tanesi ile 20 günde biter. Çünkü makine sayısı azalınca doğal olarak bitme süresi uzar.

100 makine → 10 günde

50 makine → x günde

$$100 \cdot 10 = 50 \cdot x$$

$$x = 20 \text{ günde}$$

Yukarıdaki örnekle birlikte inceleyiniz.

Dikkat

ÖRNEK

30 kişilik bir sporcu grubuna 12 günlük bir kamp yapmak üzere yiyecek temin edilmiştir.

Bu gruptaki sporculardan 6 sı kampa katılmaktan vazgeçtiğine göre alınan yiyecek kampa katılan sporculara kaç gün yeter?

ÇÖZÜM

30 kişiye \longrightarrow 12 gün
24 kişiye \longrightarrow x

$$30 \cdot 12 = 24 \cdot x \quad \boxed{x = 15 \text{ gün}}$$

ÖRNEK

Bir araç, belirli bir yolu 120 km/s hızla 6 saatte aldığına göre, aynı yolu 75 km/s hızla kaç saatte alır?

ÇÖZÜM

120 km/s \longrightarrow 6 saatte

75 km/s \longrightarrow x

$$120.6 = 75.x \quad \boxed{x = 9,6 \text{ saat}}$$

ÖRNEK

$2x + 1$ sayısı, $\frac{y}{3}$ sayısı ile ters orantılıdır. $x = 2$ iken $y = 6$ oluyorsa $x = 4$ iken y sayısını bulunuz.

ÇÖZÜM >>>

$(2x + 1) \cdot \frac{y}{3} = k$ olduğundan $x = 2$ ve $y = 6$ yazıldığında $k = (2 \cdot 2 + 1) \cdot \frac{6}{3} = 5 \cdot 2 = 10$ bulunur.

$$x = 4 \text{ için } (2 \cdot 4 + 1) \cdot \frac{y}{3} = 10 \Rightarrow 9 \cdot \frac{y}{3} = 10$$

$$\Rightarrow 3y = 10$$

$$\Rightarrow y = \frac{10}{3} \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$(3a + 4)$ sayısı ile $(2b - 1)$ sayısı ters orantılıdır.

$a = 1$ iken $b = 3$ olduğuna göre, $b = 4$ iken a kaçtır?

ÇÖZÜM

$$(3a + 4) \cdot (2b - 1) = k \quad (3 + 4) \cdot (6 - 1) = k$$

$$k = 35$$

$$(3a + 4) \cdot (8 - 1) = 35$$

$$a = \frac{1}{3}$$

ÖRNEK

111 tane bilye; 4, 5 ve 6 yaşlarındaki üç kardeşe yaşlarıyla ters orantılı olarak paylaşılması isteniyor. Her bir kardeşe kaç tane bilye düştüğünü bulunuz.

ÇÖZÜM >>

$$4a = 5b = 6c = k \Rightarrow a = \frac{k}{4}, b = \frac{k}{5}, c = \frac{k}{6} \text{ olur.}$$

$$\frac{k}{4} + \frac{k}{5} + \frac{k}{6} = 111 \Rightarrow \frac{15k + 12k + 10k}{60} = 111$$

$$\Rightarrow \frac{37k}{60} = 111$$

$$\Rightarrow k = \frac{111 \cdot 60}{37} = 180$$

$$a = \frac{180}{4} = 45, b = \frac{180}{5} = 36, c = \frac{180}{6} = 30 \text{ tane bilye alırlar.}$$

2.yol: $\text{ekok}(4, 5, 6) = 60$ buradan $4.a = 5.b = 6.c = 60.k$ dersek

$$a = 15.k, b = 12.k, c = 10.k \text{ olur.}$$

$$a + b + c = 111$$

$$15k + 12k + 10k = 111$$

$$37k = 111$$

$$k = 3$$

$$a = 45 \quad b = 36 \quad c = 30 \text{ olur}$$

ÖRNEK

x, y, z sayıları sırasıyla 4, 5, 6 sayılarıyla ters orantılıdır.

$$x - y + z = 26$$

olduğuna göre, $x + y - z$ ifadesinin değerini bulalım.

Çözüm:

I. Yol:

x, y, z sayıları sırasıyla 4, 5, 6 ile ters orantılı ise

$4.x = 5.y = 6.z = k$ olsun.

$$x - y + z = 26 \Rightarrow \frac{k}{4} - \frac{k}{5} + \frac{k}{6} = 26$$

(15) (12) (10)

$$\Rightarrow \frac{13k}{60} = 26 \Rightarrow 13k = 26.60$$

$\Rightarrow k = 2.60 = 120$ dir. O halde,

$$x+y-z = \frac{k}{4} + \frac{k}{5} - \frac{k}{6}$$

$$= \frac{120}{4} + \frac{120}{5} - \frac{120}{6} = 30 + 24 - 20 = 34 \text{ bulunur.}$$

II. Yol:

$EKOK(4, 5, 6) = 60$ olduğundan orantı sabitini $60.k$ seçersek

$4.x = 5.y = 6.z = 60.k \Rightarrow x = 15k, y = 12k, z = 10k$ olur.

$$x - y + z = 26 \Rightarrow 15k - 12k + 10k = 26 \Rightarrow 13k = 26$$

$$\Rightarrow k = 2 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, $x+y-z = 15k + 12k - 10k = 17k = 17.2 = 34$ tür.

ÖRNEK

$a \cdot x = b \cdot y = c \cdot z = 4$ ve $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 12$ olduğuna göre $a + b + c$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM >>>

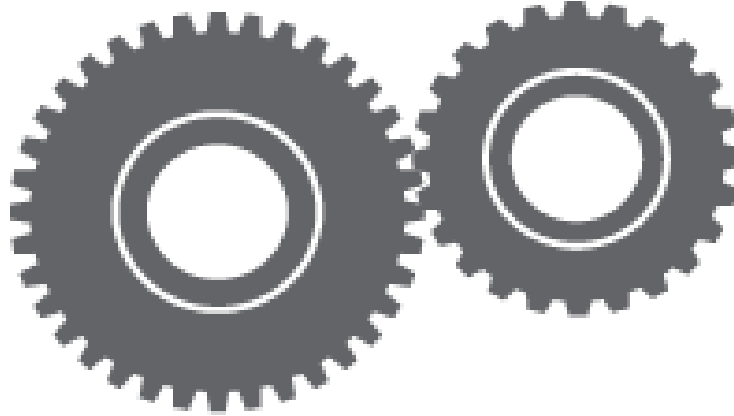
$$\frac{a}{\frac{1}{x}} = \frac{b}{\frac{1}{y}} = \frac{c}{\frac{1}{z}} = 4 \Rightarrow \frac{a+b+c}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}} = 4 \Rightarrow \frac{a+b+c}{12} = 4 \Rightarrow a+b+c = 48 \text{ olur.}$$

Dikkat

- 1 Birbirini çeviren eşit diş büyüklükleri olan dişlilerde diş sayısı ile dönme sayısı ters orantılıdır.
- 2 Tekerleklerde veya daire şeklindeki dönen nesnelere çevre ile (dolayısıyla yarıçap ile) dönme sayısı ters orantılıdır.

ÖRNEK

Birbirini çeviren iki çarkın birinde 24, diğerinde 36 diş vardır. Küçük çark 9 tur attığında büyük çarkın kaç tur atacağını bulunuz.



ÇÖZÜM >>

Dişli sayısı çok olan çark bir tur atarken dişli sayısı az olan çark daha fazla tur atar. Bu sebeple iki çarkın attıkları tur sayıları arasında ters orantı vardır.

$$24 \text{ diş} \longleftrightarrow 9 \text{ tur}$$

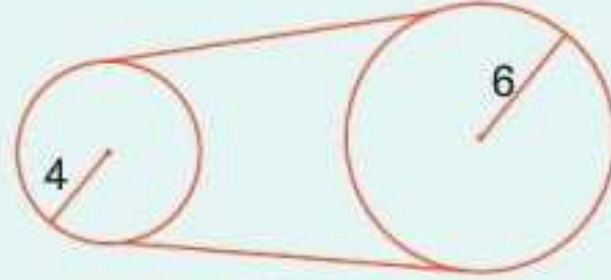
$$36 \text{ diş} \longleftrightarrow x \text{ tur}$$

T.O

$$24 \cdot 9 = 36 \cdot x$$

$$x = \frac{24 \cdot 9}{36} = 6 \text{ tur atar.}$$

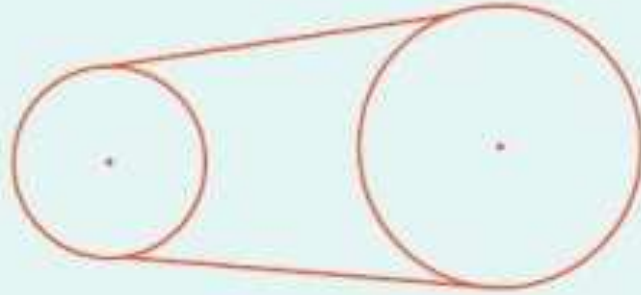
ÖRNEK



Yukarıdaki şekilde yarıçapları 4 br ve 6 br olan birbirine bağlı iki kasnak verilmiştir.

Kasnakların toplam dönme sayıları 35 olduğunda büyük kasnak kaç kez dönmüştür?

Çözüm:



3k tur

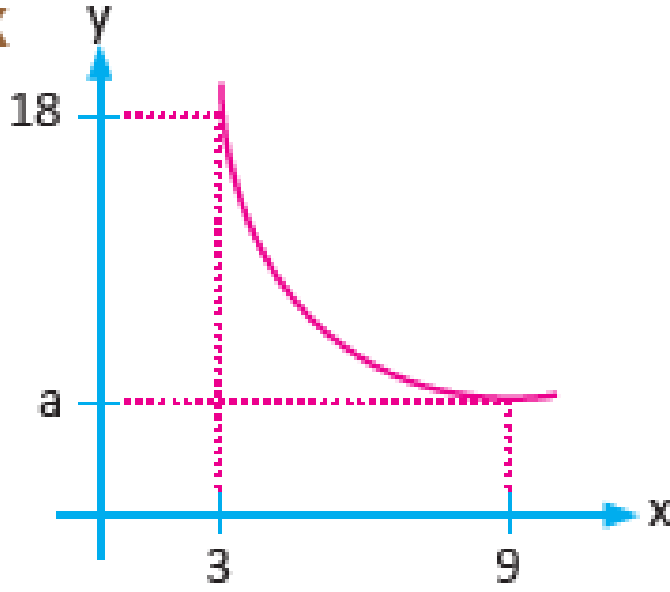
2k tur

$$3k + 2k = 35 \rightarrow 5k = 35 \rightarrow k = 7$$

Büyük kasmağın dönme sayısı : $2k = 2 \cdot 7 = 14$

C:

ÖRNEK



Grafiğe göre a değerini bulunuz.

ÇÖZÜM >>

Grafiğe bakıldığında verilenler arasında ters orantı olduğu görülüyor. Buna göre

$$3 \cdot 18 = 9 \cdot a \Rightarrow a = \frac{3 \cdot 18}{9} = 6 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

Özdeş 8 musluk bir depoyu 15 saatte doldurabildiğine göre, bu musluklardan 3 tanesinin aynı depoyu kaç saatte doldurabileceğini bulalım.

Çözüm:

Musluk sayısı azaldıkça deponun dolma süresi aynı oranda artacağından, musluk sayısı ile deponun dolma süresi ters orantılıdır.

8 musluk \rightarrow 15 saatte doldurursa

3 musluk \rightarrow x saatte doldurursun

$$\text{T.O} : 8 \cdot 15 = 3 \cdot x \Rightarrow x = 40 \text{ saat}$$

(Üst satırdakiler çarpımı, alt satırdakiler çarpımına eşitlenir)



not

x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayılarıyla ters orantılı ise sırasıyla

$\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ sayılarıyla doğru orantılıdır.

(Çarpma işlemine göre tersleriyle)



not

Orantılı olunan sayılar aynı anda aynı sayı ile çarpılabilir veya bölünebilirler.

ÖRNEK

a, b, c sayıları sırasıyla $\frac{1}{4}$, 3, 2 sayılarıyla ters orantılı olduğuna göre, a, b, c sayılarının hangi sayılarla doğru orantılı olduğunu bulalım.

Çözüm:

a, b, c sayıları sırasıyla $\frac{1}{4}$, 3, 2 ile ters orantılı ise bu sayılar sırasıyla $4, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ ile doğru orantılıdır.

Bu sayıları tam sayılara dönüştürmek için her birini 6 ile çarparsak, a, b, c sayıları sırasıyla 24, 2, 3 sayılarıyla doğru orantılı olur.

BİLEŞİK ORANTI

Bir orantının içinde hem doğru hem de ters orantı varsa bu orantıya **bileşik orantı** denir.

y sayısı, x ile doğru t ile ters orantılı
ise,

$$\frac{y \cdot t}{x} = k \quad (k: \text{orantı sabiti})$$

olur.

Dikkat

Bileşik orantıda,



$$\frac{\text{Yapılan iş}}{\text{Yapılan iş}} = \frac{\text{Diğer değişkenlerin çarpımı}}{\text{Diğer değişkenlerin çarpımı}}$$

ifadesi işlemleri kolaylaştırır.

ÖRNEK

$(a + 1)$ sayısı b ile doğru, $c - 2$ ile ters orantılıdır.

**$a = 3$, $b = 12$ iken $c = 8$ olduğuna göre, $a = 1$,
 $b = 6$ olduğunda c kaç olur?**

ÇÖZÜM

$$\frac{(a + 1) \cdot (c - 2)}{b} = k$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 3 \\ b = 12 \\ c = 8 \end{array} \right\} \frac{4 \cdot 6}{12} = k \text{ ve } \boxed{k = 2} \text{ olur.}$$

$$a = 1 \text{ ve } b = 6 \text{ ise; } \frac{2 \cdot (c - 2)}{6} = 2 \quad \boxed{c = 8}$$

ÖRNEK

a sayısı; b ile doğru, c ile ters orantılıdır.

a = 3, b = 4 iken c = 2 olduğuna göre, a = 6, b = 2 için c nin kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

a sayısı; b ile doğru, c ile ters orantılı olduğundan, $\frac{a \cdot c}{b} = k$ olsun.

Buna göre, $\frac{3 \cdot 2}{4} = \frac{6 \cdot c}{2} \Rightarrow c = \frac{1}{2}$ dir.

ÖRNEK

Aynı nitelikte 4 işçi günde 9 saat çalışarak 2 günde 10 m^2 duvar boyayabildiğine göre, bu işçilerle aynı nitelikte 6 işçinin günde 8 saat çalışarak 20 m^2 duvarı kaç günde boyayabileceğini bulalım.

Çözüm:

I. Yol:

4 işçi	→ 9 ar saat	→ 2 günde	↗	10 m ² boyarsa
6 işçi	→ 8 er saat	→ x günde	↘	20 m ² boyar.
T.O.		T.O.	D.O.	

$$4.9.2.20 = 6.8.x.10 \Rightarrow x = 3 \text{ tür.}$$

II. Yol:

Yapılan işin diğer değişkenlerin çarpımına oranı sabit olduğundan

$$\frac{10}{4.9.2} = \frac{20}{6.8.x} \text{ tir.}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8.9} = \frac{2}{6.8.x} \Rightarrow x = 3 \text{ gün bulunur.}$$

ÖRNEK

Eşit güçteki 6 muslukla 48 ton kapasiteli bir havuz 2 günde doldurulabiliyor.

Aynı musluklardan kaçıyla 60 ton kapasiteli bir havuz 5 günde dolar?

ÇÖZÜM

1. durum: Yapılan iş = 48 ton

Diğer değişkenler; musluk (6) , gün (2)

2. durum: Yapılan iş = 60 ton

Diğer değişkenler; musluk (x) , gün (5)

$$\frac{48}{60} = \frac{6 \cdot 2}{x \cdot 5} \text{ ise } \boxed{x = 3} \text{ olur.}$$