Örnek : a, b, c birbirinden farklı pozitif tam sayılardır. $a + 3b + 7c = 60$ olduğuna göre a nın alabileceği en büyük değeri bulunuz.

Çözüm:

a' nın en büyük değeri için 3b+7c ifadesinin en küçük olması gerekir. O zaman katsayısı büyük olan c' ye 1, b' ye 2 değeri verilir.

$a+3.2+7.1=60$

$a+13=60$

$a= 60-13$

$a= 47$

Örnek:

x ve y birer pozitif tam sayı olmak üzere $3x + 4y = 45$ olduğuna göre y nin alabileceği değerler kümesini bulunuz.

Çözüm:

$$3x + 4y = 45$$
$$3x = 45 - 4y$$
$$x = \frac{45-4y}{3}$$
$$x = \frac{45}{3} - \frac{4y}{3}$$
$$x = 15 - \frac{4y}{3} > 0$$

Görüldüğü gibi y 3'e tam bölünen bir tamsayı olmalıdır.
Y=3 için x= 11
Y=6 için x= 7
Y=9 için x= 3
Y= 12 için x =-1 (pozitif olmadığı için almayız)

{3,6,9}

Örnek:

ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır.

ab + ba = 143 olduğuna göre,

a·b çarpımının en büyük değerini bulalım.

Çözüm

ab + ba = 143

$\Rightarrow 11\cdot(a + b) = 143$

$\Rightarrow a + b = 13$

$\Rightarrow$ a = 6 ve b = 7 için

$(a\cdot b)_{maks} = 6 \cdot 7 = 42$ bulunur.

Örnek:

Her biri en az üç basamaklı 10 tane doğal sayının, her birinin birler basamağındaki rakam 2 artırılır, onlar basamağındaki rakam 3 azaltılır ve yüzler basamağındaki rakam 4 artırılırsa, bu 10 tane sayının toplamındaki değişimi bulalım.

Çözüm

Bir sayının birler basamağı 2 artırılırsa, sayı 2 büyür, onlar basamağı 3 azaltılırsa, sayı 30 küçülür, yüzler basamağı 4 artırılırsa, sayı 400 büyür.

Bu durumda, bir sayı 400 – 30 + 2 = 372 büyür.

O halde, on tane sayının toplamı 3720 artar.

Örnek:

Ardışık üç doğal sayının toplamı 48 olduğuna göre, bu sayıları bulalım.

Çözüm

Ardışık üç doğal sayıdan en küçüğü n olsun.

Öyleyse, diğer iki sayı n + 1 ve n + 2 dir.

$n + (n + 1) + (n + 2) = 48$

$3n + 3 = 48$

$3n = 45$

$n = 15$

Buna göre, bu sayılar 15, 16 ve 17 dir.

Örnek:

Ardışık 4 tek sayının toplamı 104 ise bu sayıların en büyüğü kaçtır?

n, n + 2, n + 4, n + 6 olsun.

$4n + 12 = 104 \Rightarrow n = n = 23$ tür.

$23 + 6 = 29$ olur.

Örnek:

33 basamaklı 444...4 sayısının 9 ile bölümünden kalanı bulunuz.

ÇÖZÜM

Sayının 9 ile bölümünden kalanı bulmak için rakamları toplamı hesaplanır.

$\underbrace{4+4+4+...+4}_{33\text{ tane}} = 4 \cdot 33 = 132$ dir.

132 nin 9 ile bölümünden kalan: $1+3+2=6$ dır.

Örnek:

Dört basamaklı 425A doğal sayısı 10 ile bölündüğünde 7 kalanını vermektedir.

Buna göre, bu sayının 3 ile bölümünden kalan kaçtır?

ÇÖZÜM

10 ile bölümünden kalan 7 olduğu için A= 7 ' dir.

3 ile bölümünden kalanı bulmak için 4+2+5+7 = 18

18, 3'ün tam katı olduğu için kalan sıfır olur.

Örnek:

a, b ve c birbirinden farklı asal sayılardır.

$K=a.b^2.c^3$

$L=a^2.b.c^4$

olduğuna göre, EKOK(K, L) ifadesinin eşitini bulalım.

ÇÖZÜM

$$EKOK(K,L) = a^2.b^2.c^4$$

Örnek:

a, b ve c birbirinden farklı asal sayılardır.

$K=a^3.b^5$

$L=a^2.b^3.c$

$M=a^5.b^3$

olduğuna göre, EBOB(K, L, M) ifadesinin eşitini bulalım.

ÇÖZÜM

$$ebob(K,L,M) = a^2.b^3$$

Örnek

Bugün cuma olduğuna göre 155 gün sonrasının hangi gün olacağını bulunuz.

ÇÖZÜM

Bu tür problemlerde haftanın günleri verilen gün sıfır olmak üzere doğal sayılarla eşleştirilir.

Bir hafta 7 gün olduğundan 155, 7 ye bölünürse kalan sayı 155 gün sonraki günü verir.

$$\begin{array}{r|l} 155 & 7 \\ \underline{-14} & 22 \\ 015 & \\ \underline{-14} & \\ 001 & \end{array}$$

Cuma	Cumartesi	Pazar	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe
0	1	2	3	4	5	6

Bu durumda 155 gün sonra cumartesi olur.

Örnek:

Bugün salı olduğuna göre 25 gün öncesinin hangi gün olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Salı günü, sıfır ile eşleştirilip diğer günler geriye doğru doğal sayılarla eşleştirilir ve 25, 7 ye bölünürse kalan sayı 25 gün önceki günü verir.

$$\begin{array}{r|l} 25 & 7 \\ \underline{-21} & 3 \\ 04 & \end{array}$$

Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar	Pazartesi	Salı
6	5	4	3	2	1	0

Bu durumda 25 gün öncesi cuma olur.

Örnek:

$$3x + 5 = 2(x + 3) + x - 1$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$3x + 5 = 2(x + 3) + x - 1$

$3x + 5 = 2x + 6 + x - 1$

$3x + 5 = 3x + 5$

$0 = 0$

Bu eşitlik $0 \cdot x + 0 = 0$ biçiminde düşünülebilir.

Öyleyse, $a = 0$ ve $b = 0$ dır. (Durum 2)

Buna göre, verilen denklemin çözüm kümesi $Ç = \mathbb{R}$ dir.

Örnek:

$$4(x + 5) = 6(x + 3) - 2(x + 1)$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$4(x + 5) = 6(x + 3) - 2(x + 1)$

$4x + 20 = 6x + 18 - 2x - 2$

$4x + 20 = 4x + 16$

$20 - 16 = 0$

$4 = 0$

Buna göre, denklemin çözüm kümesi, $Ç = \varnothing$ dir.

Örnek:

$x, y \in R$ olmak üzere,

$4 < y < 19$

$3x - y = 5$

olduğuna göre, x sayısının en geniş değer aralığını bulunuz.

Çözüm

$3x - y = 5$ ise $y = 3x - 5$ dir.

$4 < y < 19 \Rightarrow 4 < 3x - 5 < 19$ olur.

Basit eşitsizliği çözersek,

$4 < 3x - 5 < 19$

$\Rightarrow 9 < 3x < 24$

$\Rightarrow 3 < x < 8$

$\Rightarrow x \in (3, 8)$ bulunur.

Örnek

x ve y gerçek sayılardır.

$-5 \le x \le -2$ ve $-2 \le y \le 1$

olduğuna göre, $x^2 - y^2$ ifadesi kaç farklı tam sayı değeri alabilir?

Çözüm

$-5 \le x \le -2$ ise $4 \le x^2 \le 25$ tir.

$-2 \le y \le 1$ ise $0 \le y^2 \le 4$ tür.

$$\begin{array}{rl} & 4 \le x^2 \le 25 \\ + & -4 \le -y^2 \le 0 \\ \hline & 0 \le x^2 - y^2 \le 25 \end{array}$$ olur.

$x^2 - y^2$ nin alabileceği değerler : $\{0, 1, \ldots 25\}$ olmak üzere 26 tanedir.

Örnek $|2x - 4| + |3x - 6| = 15$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm

$|2(x-2)| + |3(x-2)| = 15$

$2|x-2| + 3|x-2| = 15$

$5|x-2| = 15$

$|x-2| = 3$

$|x-2| = 3$ ise $x - 2 = -3$ veya $x - 2 = 3$ tür.

$x - 2 = -3$ ise $x = -1$ dir.

$x - 2 = 3$ ise $x = 5$ tir.

Buna göre, denklemin çözüm kümesi ÇK = $\{-1, 5\}$ olur.

Örnek

$||x-1|-2| = 3$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamını bulalım.

Çözüm

$||x-1|-2| = 3$ ise $|x-1| - 2 = -3$ veya $|x-1| - 2 = 3$

$|x-1| = -1$ veya $|x-1| = 5$ tir.

$|x-1| = -1$ eşitliğini sağlayan x değeri yoktur, çünkü mutlak değerli bir eşitlik negatif olamaz.

$|x-1| = 5$ ise $x - 1 = -5$ veya $x - 1 = 5$ tir.

$x - 1 = -5$ ise $x = -4$ tür.

$x - 1 = 5$ ise $x = 6$ dır.

Buna göre, x in değerleri toplamı $(-4) + 6 = 2$ olur.

Örnek $(a - 2b + 5)^2 + (2b - a + c)^2 = 0$

denklemine göre, c kaçtır?

Çözüm

$a^2 + b^2 = 0 \Rightarrow a = 0$ ve $b = 0$ olmalıdır.

$$\underbrace{(a - 2b + 5)^2}_{0} + \underbrace{(2b - a + c)^2}_{0} = 0$$

$$\begin{array}{rl} & \cancel{a} - \cancel{2b} + 5 = 0 \\ + & \cancel{2b} - \cancel{a} + c = 0 \\ \hline & c + 5 = 0 \Rightarrow c = -5 \text{ bulunur.} \end{array}$$

Örnek $(a-2b-3)x+(2a+b+4)y=0$

denklemi $\forall(x, y) \in R$ için sağlanıyorsa b kaçtır?

Çözüm

$m.x+n.y=0$ denklemi $\forall(x, y) \in R$ için sağlanıyorsa

$m=n=0$ olmalıdır.

$$(\underbrace{a-2b-3}_{0})x+(\underbrace{2a+b+4}_{0})y=0$$

$$\begin{array}{rl} -2/ & a-2b=3 \\ + & 2a+b=-4 \\ \hline & 5b=-10 \Rightarrow b=-2 \quad \text{bulunur.} \end{array}$$

Örnek

$9^2+18^2+27^2=a$ olduğuna göre $36^2+72^2+108^2$

değerini a türünden bulunuz.

ÇÖZÜM

Verilen ifade a türünden yazılırsa

$$\begin{aligned} 36^2+72^2+108^2 &= (4\cdot 9)^2+(4\cdot 18)^2+(4\cdot 27)^2 \\ &= 4^2\cdot 9^2+4^2\cdot 18^2+4^2\cdot 27^2 \\ &= 4^2\cdot(9^2+18^2+27^2) \\ &= 16a \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek

$8^6.25^8$

çarpımının sonucu kaç basamaklıdır?

Çözüm

$$\begin{aligned} 8^6.25^8 &= (2^3)^6.(5^2)^8 \\ &= 2^{3.6}.5^{2.8} \\ &= 2^{18}.5^{16} \\ &= 2^2.2^{16}.5^{16} \\ &= 2^2.(2.5)^{16} \\ &= \underline{4}.\underline{10^{16}} \end{aligned}$$

1 basamak 16 tane 0

$1+16=17$ olur.

Örnek

$x=2^{80}$

$y=3^{60}$

$z=5^{40}$

olduğuna göre, x, y ve z yi küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

Bu soruda tabanlar birbirinden farklı olduğu için üsleri eşitlemeliyiz.

$x=(2^{80})=(2^4)^{20}=16^{20}$

$y=(3^{60})=(3^3)^{20}=27^{20}$

$z=(5^{40})=(5^2)^{20}=25^{20}$

Üsleri eşit olan sayılardan tabanı büyük olan büyüktür.

Buna göre, $x<z<y$ olur.

Örnek

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{4x-2}<\left(\frac{9}{16}\right)^{x-2}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{4x-2}<\left(\frac{9}{16}\right)^{x-2}$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{4x-2}<\left(\left(\frac{3}{4}\right)^2\right)^{x-2} \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{4x-2}<\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{4x-2}<\left(\frac{4}{3}\right)^{-2x+4}$$

$\Rightarrow 4x-2<-2x+4$ *($\frac{4}{3}>1$ olduğundan)*

$\Rightarrow 6x<6$

$\Rightarrow x<1$ olur.

Ç. K. $=(-\infty, 1)$ bulunur.

Örnek

$$\sqrt[4]{3^{x+1}} = \sqrt[2]{9^{1-x}}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

Çözüm

$$\sqrt[4]{3^{x+1}} = \sqrt[2]{9^{1-x}} \Rightarrow 3^{\frac{x+1}{4}} = 9^{\frac{1-x}{2}}$$

$$\Rightarrow 3^{\frac{x+1}{4}} = (3^2)^{\frac{1-x}{2}}$$

$$\Rightarrow 3^{\frac{x+1}{4}} = 3^{1-x}$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{4} = 1-x$$

$$\Rightarrow x+1 = 4-4x$$

$$\Rightarrow 5x = 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{5} \text{ olur.}$$

Örnek

$$\sqrt{7-2\sqrt{12}} + \sqrt{4+\sqrt{12}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm

$$\sqrt{7-2\sqrt{12}} = \sqrt{4} - \sqrt{3}$$

3 4

$$\sqrt{4+\sqrt{12}} = \sqrt{4+\sqrt{4.3}} = \sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{3}+1$$

3 1

Buna göre,

$$\sqrt{7-2\sqrt{12}} + \sqrt{4+\sqrt{12}} = 2-\sqrt{3}+\sqrt{3}+1$$

$$= 3 \text{ olur.}$$

Örnek

18, 20 ve 22 yaşlarındaki üç kardeş kestane üreticiliği yapmaktadır. 180 kg kestaneyi yaşlarıyla doğru orantılı olarak paylaştıklarında 20 yaşındaki kardeşin kaç kg kestane alacağını hesaplayınız.

ÇÖZÜM

$\frac{x}{18} = \frac{y}{20} = \frac{z}{22} = k \Rightarrow x = 18k,\ y = 20k,\ z = 22k$ olur.

$x+y+z = 180 \Rightarrow 18k+20k+22k = 180 \Rightarrow 60k = 180 \Rightarrow k = 3$ bulunur.

Buradan $y = 20k = 20 \cdot 3 = 60\,kg$ kestane alır.

Örnek

Aynı nitelikte 4 işçi günde 9 saat çalışarak 2 günde 10 m^2 duvar boyayabildiğine göre, bu işçilerle aynı nitelikte 6 işçinin günde 8 saat çalışarak 20 m^2 duvarı kaç günde boyayabileceğini bulalım.

Çözüm

Yapılan işin diğer değişkenlerin çarpımına oranı sabit olduğundan

$\frac{10}{4.9.2} = \frac{20}{6.8.x}$ tir.

$\Rightarrow \frac{1}{8.9} = \frac{2}{6.8.x} \Rightarrow x = 3$ gün bulunur.

Örnek

Bir gösteri grubu 5 adım ileri, 2 adım geri hareket etmektedir. Bu gösteri grubunun 111 adım attığında kaç adım ilerlemiş olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$5+2=7$ adım atıldığında 3 adım ilerleme oluyor.

$$\begin{array}{r|l} 111 & 7 \\ \cline{2-2} -105 & 15 \\ \hline 6 & \end{array}$$

15 defa 7 adım atıldığında $15 \cdot 3 = 45$ adım ilerleme gerçekleşmiş olur. Kalan 6 adımda 5 ileri, 1 geri adım atılacağı için $45+5-1=49$ adım ilerlemiş olur.

Örnek

40 odalı otelin, bazı odaları 3 yataklı, bazı odaları 4 yataklıdır.

Oteldeki toplam yatak sayısı 143 olduğuna göre, 3 yataklı oda sayısı kaçtır?

Çözüm

3 yataklı oda sayısı x

4 yataklı oda sayısı $40 - x$

$$143 = 3 \cdot x + 4 \cdot (40 - x)$$

$$x = 17$$

Örnek

Belirli bir yükseklikten bırakılan bir top, her seferinde düştüğü yüksekliğin $\frac{3}{5}$ i kadar zıplıyor.

Top, üçüncü kez çarptıktan sonra 54 cm yükseldiğine göre, ilk bırakıldığı yükseklik kaç cm dir?

Çözüm

Yükseklik = x

$$\frac{3x}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = 54$$

$$x = 250$$

Örnek

Bir manav elindeki domateslerin önce $\frac{2}{5}$ ini, sonra da kalan domateslerin $\frac{2}{9}$ unu satıyor.

Geriye 56 kilogram domates kaldığına göre, başlangıçta kaç kilogram domates vardır?

Çözüm

45x kg domates olsun

$$45x \cdot \frac{2}{5} = 18x \Rightarrow 45x - 18x = 27x \text{ kalır.}$$

$$27x \cdot \frac{2}{9} = 6x \Rightarrow 27x - 6x = 21x \text{ kalır.}$$

$$21x = 56 \Rightarrow x = \frac{8}{3} \Rightarrow 45 \cdot \frac{8}{3} = 120 \text{ kg}$$

Örnek

Aylin'in bugünkü yaşının Helin'in bugünkü yaşına oranı $\frac{2}{3}$ tür.

5 yıl sonra bu oran $\frac{3}{4}$ olacağına göre, Aylin'in bugünkü yaşını bulalım.

Çözüm

Aylin'in bugünkü yaşı 2x alınırsa Helin'in bugünkü yaşı 3x olur.

5 yıl sonra, Aylin'in yaşı $2x + 5$, Helin'nın yaşı $3x + 5$ olur.

5 yıl sonra Aylin'in yaşının Helin'in yaşına oranı $\frac{3}{4}$ olacağına göre, ,

$$\frac{2x+5}{3x+5} = \frac{3}{4} \text{ ise } 8x + 20 = 9x + 15$$

$$\text{ise } x = 5 \text{ olur.}$$

Buna göre, **Aylin'in bugünkü yaşı $2x = 2 \cdot 5 = 10$** dur.

Örnek

Pelin doğduğunda Selin 5 yaşında idi.

İkisinin şimdiki yaşları toplamı 43 ise Pelin'in şimdiki yaşı kaçtır?

Çözüm

P	S
x	x + 5

$$x + x + 5 = 43 \rightarrow x = 19$$

Örnek

Emel, bir kitabın önce % 20 sini, sonra kalan kısmın % 35 ini okuyunca geriye 156 sayfası kalıyor.

Buna göre, Emel kaç sayfalık kitap okumaktadır?

Çözüm

Kitabın tamamı 100x sayfa olsun.

Önce % 20 sini okursa $100x \cdot \frac{20}{100} = 20x$ sayfa okumuş olur.

Geriye $100x - 20x = 80x$ sayfa kalır.

Sonra kalan kısmın % 35 ini okursa $80x \cdot \frac{35}{100} = 28x$ sayfa okumuş olur.

Geriye $100x - (20x + 28x) = 52x$ sayfa kalır.

$52x = 156$ ise $x = 3$ tür.

Buna göre, kitabın tamamı $100x = 100 \cdot 3 = 300$ sayfadır.

Örnek

Bir deponun %60 ı su ile doludur. Depoya 1200 litre su eklenince deponun %25 i boş kalıyor.

Buna göre, depo kaç litre su almaktadır?

Çözüm

$$depo\ 100x\ olsun$$
$$60x + 1200 = 75x$$
$$1200 = 15x$$
$$x = 80$$
$$depo = 100x = 100.80 = 8000\ olur$$

Örnek

% 20 zararla 320 TL ye satılan bir mal % 20 kârla kaç TL ye satılır?

Çözüm

Malın maliyeti x TL olsun.

$$x - x\cdot\frac{20}{100} = 320$$
$$\frac{80x}{100} = 320$$
$$x = 400\text{ TL}$$

Maliyet fiyatı 400 TL olan malın % 20 kârla satış fiyatı

$$400 + 400\cdot\frac{20}{100} = 400 + 80 = 480\text{ TL olur.}$$

Örnek

Bir ceketin etiket fiyatı maliyeti üzerine % 30 kâr koyarak belirleniyor. Sezon sonunda etiket fiyatı üzerinden % 40 indirim yaparak satış yapılmaktadır.

Sezon sonunda maliyetinden 44 TL daha düşük fiyata satılan ceketin maliyeti kaç TL dir?

Çözüm

$$maliyet = 100x\ olsun$$
$$etiket\ fiyatı = 130x\ olur.$$
$$sezon\ sonunda\ 130x - 130x.\frac{40}{100} = 100x - 44$$
$$22x = 44$$
$$x = 2$$
$$maliyet = 200$$

Örnek

Tuz oranı % 20 olan 60 gram tuzlu sudan kaç gram su buharlaştırılırsa tuz oranı % 30 olur?

Çözüm

Karışımdan x gram su buharlaştırılsın.

$$\frac{60\cdot\frac{20}{100} - x\cdot\frac{0}{100}}{60 - x} = \frac{30}{100}$$
$$\frac{12}{60 - x} = \frac{30}{100}$$
$$120 = 180 - 3x$$
$$3x = 60$$
$$x = 20$$

Buna göre, karışımdan 20 gram su buharlaştırılmalıdır.

Örnek

Tuz oranı % 25 olan 32 gram tuzlu suya 18 gram tuz ekleniyor.

Buna göre, oluşan karışımdaki tuz oranı yüzde kaçtır?

Çözüm

Oluşan karışımın tuz oranı % x olsun.

Buna göre,

$$\frac{32\cdot\frac{25}{100} + 18\cdot\frac{100}{100}}{32 + 18} = \frac{x}{100}$$
$$\frac{8 + 18}{50} = \frac{x}{100}$$
$$\frac{26}{50} = \frac{x}{100}$$
$$50\cdot x = 26\cdot 100$$
$$x = \frac{26\cdot 100}{50}$$
$$x = 52$$

Buna göre, oluşan karışımdaki tuz oranı % 52 olur.

Örnek Bir işi Umut 36 günde bitirebilmektedir. Aynı işi Umut ve Ufuk birlikte 12 günde bitirebildiklerine göre Ufuk'un bu işi tek başına kaç günde bitirebileceğini bulunuz.

ÇÖZÜM

Ufuk işi x günde bitirsin. Aynı işi Umut 36, Ufuk x ve ikisi birlikte 12 günde bitiriyorsa

$\frac{1}{36}+\frac{1}{x}=\frac{1}{12}$ eşitliği yazılır. $\frac{1}{x}=\underset{(3)}{\frac{1}{12}}-\underset{(1)}{\frac{1}{36}}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{2}{36}\Rightarrow x=18$ günde bitirir.

Örnek Emel bir işi tek başına 24 günde, Yağmur ise aynı işi 36 günde yapabilmektedir. Emel 8 gün, Yağmur 9 gün çalıştığında işin kaçta kaçının tamamlanacağını bulunuz.

ÇÖZÜM

Emel tek başına işi 24 günde bitirdiğine göre 8 günde işin $\frac{1}{24}\cdot 8=\frac{1}{3}$ ünü yapar.

Yağmur tek başına işi 36 günde bitirdiğine göre 9 günde işin $\frac{1}{36}\cdot 9=\frac{1}{4}$ ünü yapar.

İkisi birlikte işin $\underset{(4)}{\frac{1}{3}}+\underset{(3)}{\frac{1}{4}}=\frac{7}{12}$ sini tamamlamış olurlar.

Örnek 60 m uzunluğundaki bir tren; sabit hızla 1. tüneli 15 saniyede, 200 m uzunluğundaki 2. tüneli 26 saniyede geçtiğine göre 1. tünelin uzunluğunun kaç metre olduğunu bulunuz.

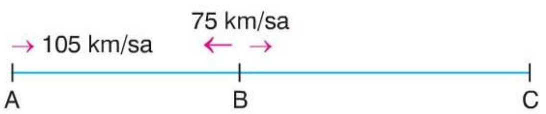
ÇÖZÜM

1. tünel için yol uzunluğu: $x+60$, 2. tünel için yol uzunluğu: $200+60=260$ olur.

$260=26\cdot V\Rightarrow V=10$ m/sn.

$x+60=15\cdot 10\Rightarrow x=90$ m dir.

Örnek



A ve B şehrinden şekildeki hızlarla aynı anda ve birbirlerine doğru hareket eden iki araç 3 saat sonra karşılaştıklarına göre, bu araçlar aynı anda aynı yönde (C şehrine doğru) hareket etselerdi hızlı olan aracın diğer araca kaç saat sonra yetişebileceğini bulalım.

Çözüm:

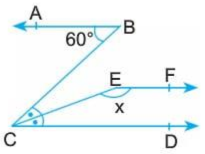
İki araç birbirine doğru hareket ettiğinde 3 saat sonra karşılaşma oluyorsa

$3=\frac{|AB|}{105+75}\Rightarrow |AB|=540$ km olur.

iki araç aynı yönde hareket ettiğinde karşılaşma süresi

$t_k=\frac{|AB|}{105-75}=\frac{540}{30}=18$ saat bulunur.

ÖRNEK



[BA // [CD // [EF

$m(\widehat{ABC}) = 60°$

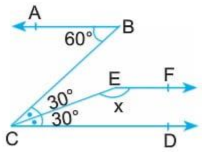
$m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{ECD})$

$m(\widehat{CEF}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 120 B) 135 C) 140 D) 150 E) 165

Çözüm:



[BA // [CD olduğundan $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{BCD}$ iç ters açılardır ve ölçüleri eşittir. Buna göre,

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCD}) = 60°$ dir.

$m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{ECD})$ verildiğine göre,

$m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{ECD}) = \frac{60°}{2} = 30°$ dir.

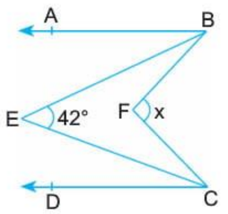
Kural 3 olarak verdiğimiz kuralara göre,

$m(\widehat{ECD}) + m(\widehat{CEF}) = 180° \Rightarrow 30 + x = 180°$

$x = 150°$ bulunur.

Cevap D

ÖRNEK



[BA // [CD

$m(\widehat{BEC}) = 42°$

$m(\widehat{EBF}) = 2m(\widehat{ABE})$

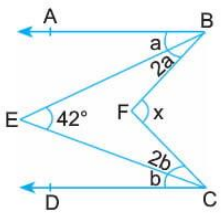
$m(\widehat{FCE}) = 2m(\widehat{ECD})$

$m(\widehat{BFC}) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

A) 112 B) 126 C) 132 D) 138 E) 144

Çözüm:



$m(\widehat{EBF}) = 2m(\widehat{ABE})$ verildiğine göre,

$m(\widehat{ABE}) = a$ alınırsa,

$m(\widehat{EBF}) = 2a$ alınır. Aynı şekilde

$m(\widehat{FCE}) = 2m(\widehat{ECD})$ olduğundan,

$m(\widehat{ECD}) = b$ alınırsa,

$m(\widehat{FCE}) = 2b$ alınır.

Kural 5 gereğince $m(\widehat{BEC}) = m(\widehat{ABE}) + m(\widehat{DCE})$ olduğundan

$42° = a + b$ olur.

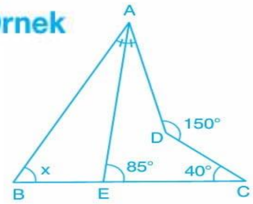
Aynı kurala göre, $m(\widehat{BFC}) = m(\widehat{ABF}) + m(\widehat{FCD})$ olduğundan

$x = 3a + 3b$ olur.

$a + b = 42°$ olduğuna göre, $x = 3a + 3b = 3(a + b) = 3 \cdot 42°$

$= 126°$ bulunur.

Örnek



ABCD içbükey bir dörtgen

[AE] açıortay

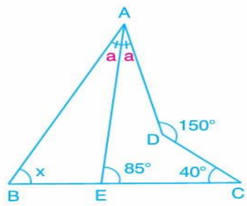
$m(\widehat{ADC}) = 150°$

$m(\widehat{BCD}) = 40°$

$m(\widehat{AEC}) = 85°$

Buna göre, $m(\widehat{ABC}) = x$ açısını bulalım.

Çözüm



$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAD}) = a$

diyelim.

AECD içbükey dörtgeninde;

$a + 85° + 40° = 150°$

$a = 25°$ olur.

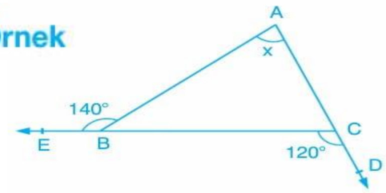
ABE üçgeninde iki iç açının ölçüleri toplamı bunlara komşu olmayan dış açının ölçüsüne eşitliğinden,

$a + x = 85°$

$25° + x = 85°$

$x = 60°$ bulunur.

Örnek



ABC bir üçgen

A, C, D doğrusal

C, B, E doğrusal

$m(\widehat{ABE}) = 140°$

$m(\widehat{BCD}) = 120°$

Yukarıdaki verilere göre, $m(\widehat{BAC}) = x$ açısını bulalım.

Çözüm

1. Yol

B köşesindeki iç açı; $m(\widehat{B}) = 180° - 140° = 40°$ dir.

C köşesindeki iç açı; $m(\widehat{C}) = 180° - 120° = 60°$ dir.

ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamından;

$x + 40° + 60° = 180°$

$x = 80°$ bulunur.

2. Yol

A köşesindeki iç açının ölçüsü x ise,

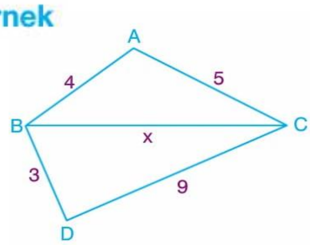
dış açısının ölçüsü $180° - x$ olur.

ABC üçgeninin dış açılarının ölçüleri toplamından;

$180° - x + 140° + 120° = 360°$

$x = 80°$ bulunur.

Örnek



$|AB| = 4$ cm

$|AC| = 5$ cm

$|BD| = 3$ cm

$|DC| = 9$ cm

$|BC| = x$

Buna göre, x in alabileceği tam sayı değerlerini bulalım.

Çözüm

ABC üçgeninde x in değer aralığı; $5 - 4 < x < 5 + 4$

$1 < x < 9$

BCD üçgeninde x in değer aralığı; $9 - 3 < x < 9 + 3$

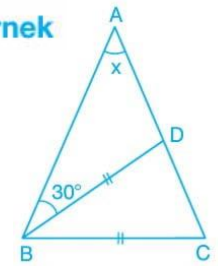
$6 < x < 12$

İki değer aralığının kesişim kümesi;

$\left.\begin{matrix} 1 < x < 9 \\ 6 < x < 12 \end{matrix}\right\} \quad 6 < x < 9$ olur.

6 ile 9 arasındaki tam sayılar; 7 ve 8 dir.

Örnek



ABC ikizkenar üçgen

$|AB| = |AC|$

$|BD| = |BC|$

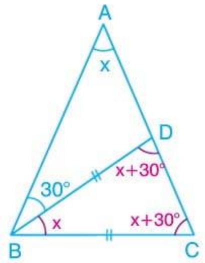
$m(\widehat{ABD}) = 30°$

$m(\widehat{BAC}) = x$

olduğuna göre,

x açısını bulalım.

Çözüm



ABD üçgeninde iki iç açının toplamının bir dış açıya eşitliğinden

$m(\widehat{BDC}) = x + 30°$ olur.

$|BD| = |BC|$ olduğundan

$m(\widehat{C}) = x + 30°$ olur.

$|AB| = |AC|$ olduğundan

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB}) = x + 30°$ ve

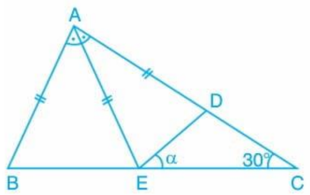
$m(\widehat{CBD}) = x$ olur.

ABC veya BCD üçgeninin iç açıları toplamından,

$3x + 60° = 180°$

$x = 40°$ bulunur.

Örnek



ABC bir üçgen

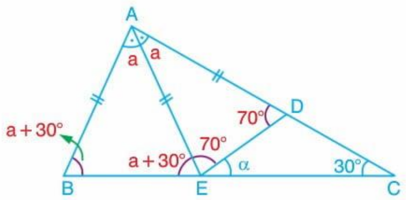
$|AB| = |AE| = |AD|$

[AE] açıortay

$m(\widehat{ACB}) = 30°$

Buna göre, $m(\widehat{DEC}) = \alpha$ açısını bulalım.

Çözüm



$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAD}) = a$ olsun.

AEC üçgeninde iki iç açının toplamı dış açıya eşitlenirse

$m(\widehat{AEB}) = a + 30°$ olur.

$|AB| = |AE|$ olduğundan $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{AEB}) = a + 30°$ dir.

ABE üçgeninde iç açılar toplamı yazılırsa

$3a + 60° = 180°$

$a = 40°$ olur.

AED ikizkenar üçgeninin tepe açısı; $m(\widehat{EAD}) = 40°$ ise,

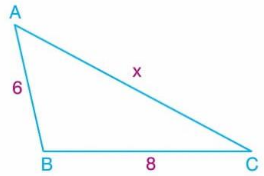
taban açılarının herbiri 70° olur.

$\widehat{DEC}$ nde iki iç açının toplamının bir dış açıya eşitliğinden

$\alpha + 30° = 70°$

$\alpha = 40°$ bulunur.

Örnek



ABC bir üçgen

$m(\widehat{B}) > 90°$

$|AB| = 6$ cm

$|BC| = 8$ cm

olduğuna göre, $|AC| = x$ in kaç farklı tam sayı değeri alabileceğini bulalım.

Çözüm

Herhangi bir şart verilmeseydi üçgen eşitsizliğinden;

$8 - 6 < x < 8 + 6$

$2 < x < 14$ olurdu.

Ancak B açısının geniş açı olduğu veriliyor.

Bu durumda $6^2 + 8^2 < x^2$ olmalıdır.

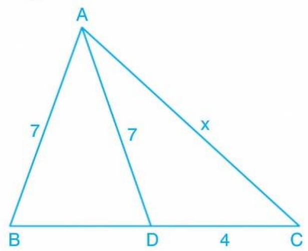
Yani $10 < x$ olur.

Sonuç olarak $10 < x < 14$ olacağından

x; 11, 12, 13 olmak üzere üç farklı tam sayı değeri alabilir.

Burada şöyle de düşünülebilir; eğer B açısı 90° olsa idi (6 - 8 - 10) dik üçgeninden x = 10 cm olurdu. Ancak B açısı 90° den büyük olduğu için x, 10 dan büyük olmalıdır.

Örnek



ABC bir üçgen

$|AB| = 7$ cm

$|AD| = 7$ cm

$|DC| = 4$ cm

olduğuna göre,

$|AC| = x$ in kaç farklı tam sayı değeri alabileceğini bulalım.

Çözüm

ABD bir ikizkenar üçgendir.

İkizkenar üçgenin $\widehat{ABD}$ ve $\widehat{ADB}$ taban açıları 90° ye eşit veya 90° den büyük olamaz.

Buna göre,

$\widehat{ADC}$ açısının ölçüsü 90° den büyük, yani geniş açıdır.

ADC üçgeninde üçgen eşitsizliğinden,

$7 - 4 < x < 7 + 4$

$3 < x < 11$ olabilir.

Ancak D açısının geniş açı olduğunu bulduk.

Bu durumda $7^2 + 4^2 < x^2$ olmalıdır.

$49 + 16 < x^2$

$65 < x^2$ olur.

$8^2 = 64$ olduğundan,

$x > 8$ olmalıdır.

Sonuç olarak $8 < x < 11$ olacağından

x; 9 ve 10 olmak üzere iki farklı tam sayı değeri alabilir.